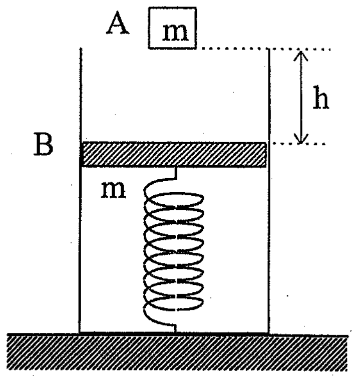
物理教育
1997, 第一卷第一期, 96-114
Chinese Physics Education
1997, 1(1), 96-114

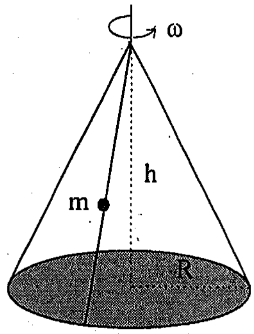
八十五學年度全國高中生物理能力競賽 試題及參考解答

國立台灣師範大學物理系提供

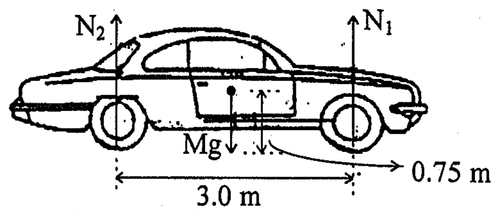
一、筆試一



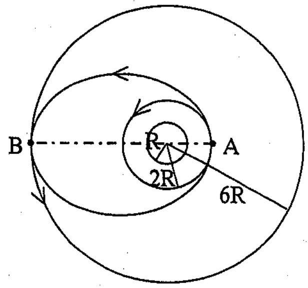
1. 一固定於地面上的鉛直圓柱筒，其內底部連接有一彈力常數爲 k ，質量可忽略的輕彈簧。彈簧頂端連接有一質量爲 m 的活塞 B ，活塞上有許多孔洞，可讓空氣自由進出。今有一質量爲 m 的物體 A，從活塞上方 h 高處自由下落。假設 A 與 B 爲完全非彈性碰撞，且碰撞之時間極短，若活塞與圓柱筒壁間的動摩擦力及靜摩擦力均爲 mg ，試求：
   (1) 物體 A 下落後最多可把彈簧壓短若干？
   (2) 彈簧彈回的條件(即 k ， h 及 m 間所需滿足的關係)
   (3) 第一次彈回的最大高度。



2. 一圓錐的高度爲 h ，底面半徑爲 R ，起始時以角速度 ω_0 繞其對稱軸旋轉，一質量爲 m 的小鋼珠自錐頂沿一平行於錐面的光滑淺溝自由下滑。假設在下滑過程中，小鋼珠一直　貼緊溝槽，且圓錐繞其對稱軸的轉動慣量爲 I_0，求小鋼珠到達圓錐底面時的速度量值。



3. 一輛車子在高速公路上行駛，如車速爲 100 km/hr ，設車子在緊急煞車時，車子共滑行了 78.7 m 後停了下來。如此車質量爲 1200 kg(如下圖所示)，前後輪相距 3.0 m ，質心在前後輪正中間且距路面之高度爲 0.75 m 。
   (1) 求車子煞車時之平均加速度及輪胎與路面之摩擦力大小。
   (2) 其實車子在緊急煞車時，前後輪之摩擦力並不相等，分別求其摩擦力大小。
   (3) 問當車子緊急煞車之加速度達到何種程度時，車子可能會向前翻覆。

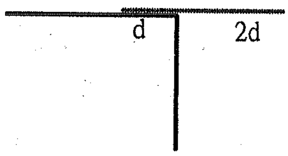


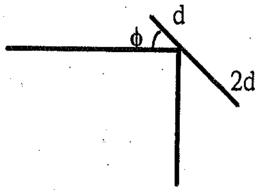
4. 太空梭原本在距地心 2R 的圓軌道上運行(已知地球半徑 $R = 6.37 \times 10^6$ m ，地表萬有引力強度 $g = 9.8\ m/s^2$)。
   (1) 請問其週期 T_0 與速率 v_0 各爲何？
   (2) 爲了改變圓軌道半徑爲 6R ，在位置 A 時，太空

梭向後方噴射燃料，使得運行軌道成為橢圓形，當到達 B 時，再向後方噴射出燃料，而再度形成圓軌道(假設每次噴射時間皆遠小於軌道周期)。設噴射後在 A 點的速度變為 v_A，當運行至 B 點時，速率為 v_B(再度噴射前)。請問 v_A，v_B 各需為何值(以 v_0 表之)。

(3) 當運行至 B 點，噴射燃料後，速率 v_C 為何？(亦以 v_0 表之)

5. 如右圖所示，一均勻細棒之質量為 m，總長度為 3d，以手按住使其靜置於一水平桌面上，棒長之 1/3 與桌面接觸，2/3 伸出到桌面外，棒與桌子邊線垂直，棒與桌子間之靜摩擦係數為 μ。放開手後，此棒將開始轉動，直到其傾斜角 θ 為 ϕ 時(如右圖)，開始滑動。





(a) 未滑動前，當棒之轉動角速率為 ω 時，其動能 K 為多少？ 此動能可以寫成 $\frac{1}{2}I\omega^2$，試證 $I=\frac{1}{2}md^2$。

(b) 未滑動前，重力對棒所做之功 W 為何？動能 K 是否等於功 W？為什麼？

(c) 設棒之轉動角速率為 ω，角加速率為 α，細棒質心之線加速度為 **a**，向心分量為 a_r(以棒與桌邊之接觸點為心)，切線分量為 a_θ。在未滑動前，a_r、a_θ 與 ω、α 間之關係為何？

(d) 在未滑動前，試證棒之質心加速度分量 a_r 與 a_θ 為

$$a_r=\frac{1}{2}g\sin\theta,\quad a_\theta=\frac{1}{4}g\cos\theta。$$

(e) 試證 $\tan\phi=\mu/2$。

第一題參考解答

(1) 在 A 未落下前，彈簧已被壓縮 x_0，在此時位置，三個力平衡，即彈力 kx_0(向上)，物 B 重量 mg(向下)及摩擦力 mg(向下)，故

$$kx_0=2mg \qquad x_0=2mg/k$$

A 落下後與 B 合在一起，因接觸時間極短，撞碰力很大，故重力作用可忽略，動量仍守恒

$$m\sqrt{2gh}=2mV \qquad V=\tfrac{1}{2}\sqrt{2gh}$$

設 A、B 黏在一起後，最多可下落 d，由能量守恒

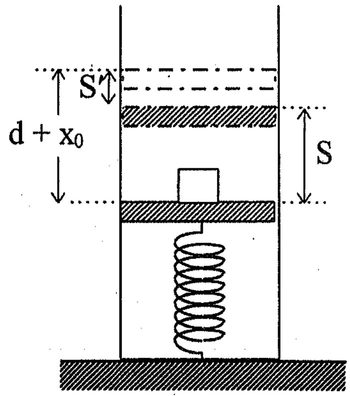
$$\tfrac{1}{2}kx_0^2+\tfrac{1}{2}(2m)\left(\tfrac{1}{2}\sqrt{2gh}\right)^2+(2m)gd=\tfrac{1}{2}k(x_0+d)^2+mgd$$

得 $$d^2+\frac{2mgd}{k}-\frac{mgh}{k}=0$$

$$或\ d=-\frac{mg}{k}+\sqrt{\frac{m^2g^2}{k^2}+\frac{mgh}{k}}=-\frac{mg}{k}+\frac{mg}{k}\sqrt{1+\frac{kh}{mg}}$$

(2) 要反彈，則需 $k(d+x_0)>2mg+mg=3mg$

或 $k>\frac{3mg}{h}$ ....(a)



假設彈簧、(A + B)反彈至 S 高，此時

(i) 若彈簧仍受壓，壓縮量爲 S′

$S'=d+x_0-s$，則由能量守恒得

$$\frac{1}{2}k(x_0+d)^2=2mg\cdot s+mg\cdot s+\frac{1}{2}k(d+x_0-s)^2$$

得第一次彈回之高度爲

$$s=\frac{2mg}{k}\sqrt{1+\frac{kh}{mg}}-\frac{4mg}{k}$$

$$因此\ s'=d+x_0-s=\frac{mg}{k}+\frac{mg}{k}\sqrt{1+\frac{hk}{mg}}-\left(\frac{2mg}{k}\sqrt{1+\frac{hk}{mg}}-\frac{4mg}{k}\right)$$

$$=\frac{5mg}{k}-\frac{mg}{k}\sqrt{1+\frac{hk}{mg}}>0$$

得 $k<\frac{24mg}{h}$ ....(b)

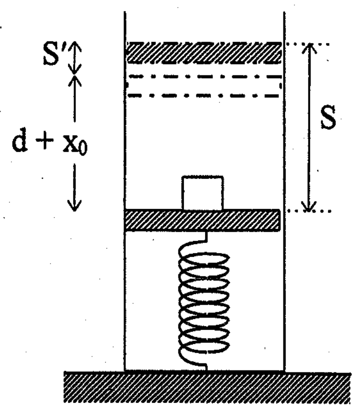
由(a)，(b)知彈簧彈回之條件爲 $\frac{3mg}{h}<k<\frac{24mg}{h}$

(ii) 若彈簧彈回時爲伸長，伸長量爲 S′，則

$s=d+x_0+s'$ 或 $s'=s-(d+x_0)$

由能量守恒

$$\frac{1}{2}k(d+x_0)^2=3mgs+\frac{k}{2}(s-d-x_0)^2$$



得第一次彈回之高度爲

$$s=\frac{2mg}{k}\sqrt{1+\frac{hk}{mg}}-\frac{4mg}{k}$$

因此伸長量 s′爲

$$s'=s-(d+x_0)=\frac{mg}{k}\sqrt{1+\frac{hk}{mg}}-\frac{5mg}{k}>0$$

得 $k>\frac{24mg}{h}$ ....(c)

由(a)，(c)得反彈之條件爲 $k>\frac{24mg}{h}$

第二題參考解答

當鋼珠滑至底面時，圓錐的角速度變爲 ω，根據角動量守恆定律得

$$I_0\omega_0=\left(I_0+mR^2\right)\omega \qquad \Rightarrow \qquad \omega=\frac{I_0\omega_0}{I_0+mR^2}$$

由能量守恆定律得

$$\tfrac{1}{2}I_0\omega_0^2+mgh=\tfrac{1}{2}I_0\omega^2+\tfrac{1}{2}mv^2$$

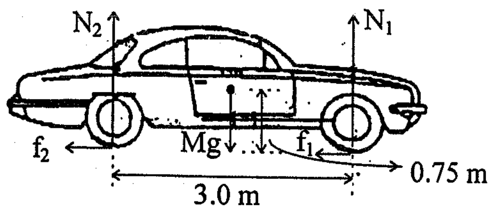
式中 $v^2=v_{//}^2+v_{\perp}^2=v_{//}^2+(R\omega)^2$

$$\Rightarrow \quad \tfrac{1}{2}mv_{//}^2=\tfrac{1}{2}I_0\omega_0^2+mgh-\tfrac{1}{2}I_0\omega^2-\tfrac{1}{2}m(R\omega)^2 \Rightarrow \quad v_{//}^2=\frac{I_0\omega_0^2R^2}{I_0+mR^2}+2gh$$

$$\Rightarrow \quad v=\sqrt{v_{//}^2+v_{\perp}^2}=\sqrt{\left(\frac{I_0\omega_0^2R^2}{I_0+mR^2}+2gh\right)+R^2\omega^2}$$

$$=\sqrt{\left(\frac{I_0\omega_0^2R^2}{I_0+mR^2}+2gh\right)+\frac{I_0\omega_0^2R^2}{\left(I_0+mR^2\right)^2}}$$

第三題參考解答



(1) $a=-\dfrac{v_0^2}{2S}=-\dfrac{(27.78)^2}{2\times 78.7}=-4.9\,{}^{m}/_{s^2}$

摩擦力

$$f=ma=(1200\text{kg})\left(4.9\,{}^{m}/_{s^2}\right)=5880\text{N}$$

$$\Rightarrow \quad \mu=\frac{ma}{mg}=\frac{4.9}{9.8}=0.5$$

(2) 設前、後輪所受地面之正向力分別爲 N_1、N_2，所受摩擦力爲 f_1、f_2，相對於質心之力矩爲零

$$(N_1-N_2)(1.5)-(f_1+f_2)(0.75)=0$$

$$N_1-N_2=\mu\frac{mg}{2} \quad \text{..(a)}$$

$$N_1+N_2=mg \quad \text{..(b)}$$

$\dfrac{(b)-(a)}{2}$ $\qquad N_2=\dfrac{1}{2}mg\left(1-\dfrac{\mu}{2}\right)$

$$f_2=\mu N_2=\frac{\mu}{2}mg\left(1-\frac{\mu}{2}\right)=\frac{0.5}{2}(1200)(9.8)\left(1-\frac{0.5}{2}\right)=2205\ \text{Nt}$$

$\dfrac{(b)+(a)}{2}$ $\qquad N_1=\dfrac{1}{2}mg\left(1+\dfrac{\mu}{2}\right)$

$$f_1 = \frac{\mu}{2} mg\left(1+\frac{\mu}{2}\right) = \frac{0.5}{2}(1200)(9.8)\left(1+\frac{0.5}{2}\right) = 3675 \ \text{Nt}$$

(3) 令 $N_2 = \frac{1}{2} mg\left(1-\frac{\mu}{2}\right) = 0$，$\mu = 2$

$mg\mu = ma$　　　　$a = \mu g = 2g$　即當 $a > 2g$ 時，車子可能會往前翻覆

第四題參考解答

(1) 設地球質爲 M，太空梭質量爲 m，萬有引力常數爲 G，太空梭做圓軌道飛行所需之向心力由地球之引力提供，

$$m\frac{v_0^2}{2R} = \frac{GMm}{(2R)^2}$$

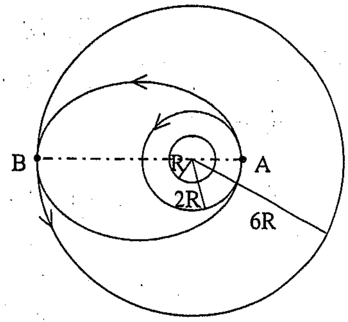
故圓軌道速率爲：

$$v_0 = \sqrt{\frac{GM}{2R}} = \sqrt{\frac{(GM/R^2)R}{2}} = \sqrt{\frac{gR}{2}} = \sqrt{\frac{(9.8)(6.37\times10^6)}{2}} = 5.59\times10^3 \ \text{m/s}$$

圓軌道週期爲：$T = \frac{2\pi(2R)}{v_0} = \frac{2\times3.1416\times2\times6.37\times10^6}{5.59\times10^3} = 1.43\times10^4 \ \text{s}$

(2) 由角動量守恒，得　$(2R)\times mv_A = (6R)\times mv_B$　$\therefore\ v_B = \frac{1}{3}v_A$

由能量守恒，得



$$\frac{1}{2}mv_A^2 - \frac{GMm}{2R} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{GMm}{6R}$$

$$v_A^2 - v_B^2 = \frac{GM}{R} - \frac{GM}{3R} = \frac{2}{3}\frac{GM}{R} = \frac{2}{3}gR$$

代入 $v_B = \frac{1}{3}v_A$，解得　$v_A^2 = \frac{3}{4}gR = \frac{3}{2}v_0^2$，

故　$v_A = \sqrt{\frac{3}{2}}v_0$，$v_B = \sqrt{\frac{1}{6}}v_0$

(3) $m\frac{v_C^2}{6R} = \frac{GMm}{(6R)^2} = \frac{m}{36}\frac{GM}{R^2} = \frac{m}{36}g$　$\Rightarrow$　$v_C = \sqrt{\frac{1}{6}gR} = \sqrt{\frac{1}{3}}v_0$

第五題參考解答

(a) 未滑動前，僅有轉動，動能等於

$$K = \frac{1}{2}\int_0^m dm\ v^2 = \frac{1}{2}\int_{-d}^{2d} dr\rho\ r^2\omega^2 = \frac{1}{2}m\ d^2\omega^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(1)$$

$$I = \frac{1}{2}m\ d^2$$

(b)重力所做之功爲　　$W = m\,g\,(\frac{3d}{2} - d)\sin\theta = \frac{1}{2}m\,g\,d\sin\theta$

未滑動前，此功等於動能，因接觸點之外力不做功(無位移)。故得

$\omega^2 d = g\sin\theta$ ……(2)

(c)在未滑動前，棒之質心加速度沿徑分量 a_r 與切線分量 a_θ 與 ω 、 α 間之關係

爲 $a_r = \dfrac{v^2}{r} = r\omega^2 = \dfrac{1}{2}\, d\omega^2$ ……(3)

$a_\theta = r\,\alpha = \dfrac{1}{2}\, d\alpha$ ……(4)

(d)設 F 爲摩擦力， N 爲正向支撐力，則細棒質心之運動方程式，在沿徑方向與切線方向上分別爲

$m a_r = F - mg\sin\theta = \dfrac{1}{2} m d\omega^2$ ……(5)

$m a_\theta = mg\cos\theta - N$ ……(6)

又(2)式左右對時間微分後得

$2\alpha d = g\cos\theta$ ……(7)

故由(2)(5)兩式，得

$m a_r = F - mg\sin\theta = \dfrac{1}{2} mg\sin\theta$ ……(8)

$F = \dfrac{3}{2} mg\sin\theta$ ……(9)

由(4)(6)(7)三式，得

$m a_\theta = \dfrac{1}{4} mg\cos\theta = mg\cos\theta - N$ ……(10)

$N = \dfrac{3}{4} mg\cos\theta$ ……(11)

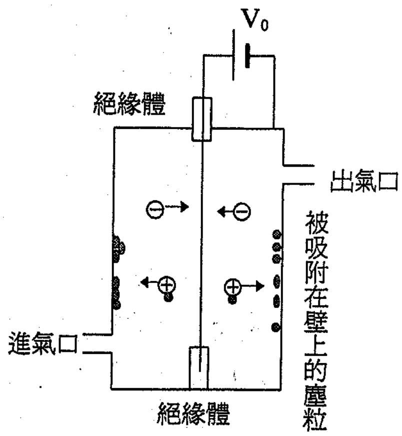
由(8)(10)兩式，得 $a_r = \dfrac{1}{2} g\sin\theta,\quad a_\theta = \dfrac{1}{4} g\cos\theta$

(e)當 $F \geq \mu N$ 時，棒會滑動。開始滑動時， $F = \mu N$ 。由(9)(11)兩式，得

$$\frac{3}{2} mg\sin\theta \geq \frac{3}{4}\mu mg\cos\theta, \quad \Rightarrow \tan\phi = \frac{\mu}{2}.$$

二、筆試二

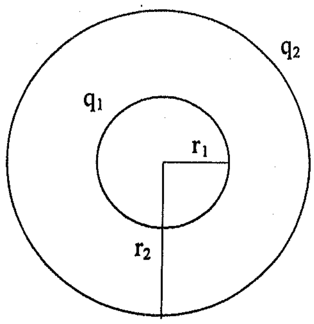
1. 靜電除塵器的內部結構如下圖所示，沿一長圓柱筒(半徑爲 b)的對稱軸拉直一根半徑爲 a 的導線。在該導線的一端和筒壁之間接上一直流高壓電源(電壓爲 V_0)。由於靠近導線週圍的強電場，使得筒內的氣體游離，因而使塵粒帶電，被吸向筒壁而得到集塵的效果。



(1)以 r 表示筒中某點到導線的垂直距離，求該點的電場 E 和 r 之間的函數關係？以 a 、 b 和 V_0 表示之。

(2)設塵粒在空氣中所受的阻尼力爲 kv ， k 爲阻尼係數， v 爲塵粒的速度，求塵粒在不同 r 處的終端速度及其從導線處出發到達筒壁的最短時間。由於塵粒的質量很小，故重力對其運動的影響可以忽略。

2. 兩同心金屬球殼半徑爲 r_1 與 r_2 ，所帶電量分別爲 q_1 與 q_2 如下圖所示，兩球殼間充塞著空氣。已知空氣游離成離子對所需的最小電場爲 3.0×10^6 V/m

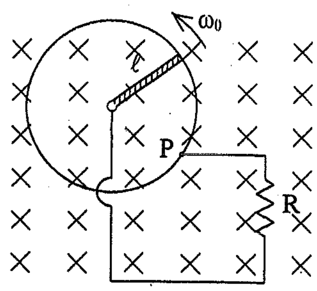


(A) 求兩球間的電場及電位差。

(B) 若 q_1 爲正，今以一導線將兩球殼相連，依據(A)的結果討論有何效應發生？

(C) 今設法不停以正電荷供應內球殼，使其電位平衡在 6.0×10^5 V ，則內球殼半徑大小有何限制？

3. 水平面內有一光滑的金屬圓環。一質量爲 m ，長度爲 ℓ 之金屬細棒，以圓環中心爲軸旋轉，細棒之另端則與圓環接觸。今以一電阻 R 連接於圓環中心與圓環上一點 P 使構成迴路(金屬圓環之電阻可以忽略不計)。一均勻磁場 B 垂直作用於圓環面，若在 t ＝ 0 時，細棒以 ω_0 之初角速度做逆時針轉動，試求

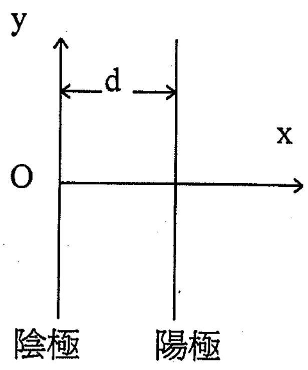


(1) 在時刻 t 時，金屬棒之角速度。

(2) 金屬棒最後停止轉動時，共轉多少角度？

$$\left(\int\frac{dx}{x}=\ln x+C\quad;\quad\int e^{-ax}dx=\frac{1}{a}e^{-ax}+C\right)$$

4. 一平行板電容器由兩片正方形的金屬板所組成，兩板之間的距離 d 遠小於金屬板的邊長。將其中一金屬板接地做爲陰極，電子可自其面上以可忽略的初速釋出，而另一金屬板的電位固定爲 V ，做爲陽極。兩板之間外加一均勻磁場，其強度爲 B ，方向平行於金屬板之一邊。



(1) 取一實驗室參考座標系統 K ，其原點 O 在陰極上(見圖)， x 軸由陰極垂直指向陽極， y 軸平行於金屬板之一邊，而磁場的方向平行於 z 軸。以方程式表示電子(設其質量爲 m)的加速度 $\vec{a}$ 之各分量與 V 、 B 及電子速度的關係。

(2) 考慮一個等速運動座標系統 K′，其 x′、 y′及 z′軸分別平行於 x 、 y 及 z 軸，而其原點(在陰極上)以等速率 v 沿 y 軸運動。以方程式表示運動座標 K′中，電子之加速度 $\vec{a}'$ 與 V 、 B 及電子速度的關係。

(3) 若適當選擇相對速度 v 之大小，則在參考系 K′中電子只受到磁力，求此 v 之大小。

(4) 由陰極釋出的電子受電場的加速而流向陽極，但運動的電子也受磁場的作用而偏向。今將電位差 V 固定，並改變磁場 B 的大小，會發現當磁場的大小超過某一臨界值 B_C 時，電子將無法到達陽極。求此臨界磁場 B_C 的大小。

(5) 繪圖並說明當 $B = B_C$ 時，電子在實驗室座標 K 中的運動軌跡。

5. 一帶電粒子，質量爲 m ，電荷爲 q ，置於一電場 $\vec{E} = -E_0\left(\frac{r}{r_0}\right)\hat{r}$ 中，$\hat{r}$ 爲沿徑向之單位向量，E_0 及 r_0 分別爲常數。地球引力對粒子的影響可以不計。

(1) 若粒子最初在 $r = r_0$ 處由靜止狀態釋放，試問其運動之最大速率(v_1)爲何？週期(T_1)爲何？

(2) 若粒子以原點爲中心做半徑爲 r_0 的平面等速率圓周運動，則其速率 v_2 爲何？週期 T_2 爲何？

(3) 承上題：若將此粒子在徑向方向施以一小擾動，使其位置由 r_0 移至 $r_0 + \delta r$ ，$\delta r \ll r_0$，之後粒子沿徑向方向亦呈週期性運動，請問其週期 T_3 爲何？

第一題參考解答

(1) 由高斯定律 $\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$，可得 $\vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}\hat{r}$，式中 λ 爲導線上電荷的線密度。
導線和筒壁之間的電位差爲

$$V_0 = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{r} = \int_a^b \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a} \qquad \Rightarrow \qquad E = \frac{V_0}{\ln(b/a)}\cdot\frac{1}{r}$$

(2) 在距離座標 r 處，塵粒所能達到的終端速度爲

$$v_m(r) = \frac{qE}{k} = \frac{qV_0}{k\ln(b/a)}\cdot\frac{1}{r} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{dr}{dt} = \frac{qV_0}{k\ln(b/a)}\cdot\frac{1}{r}$$

塵粒從導線出發到達筒壁的最短時間爲

$$t = \int_a^b \frac{k\ln(b/a)}{qV_0} r\,dr = \frac{k\ln(b/a)}{2qV_0}\left(b^2 - a^2\right)$$

第二題參考答案

(a) $V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q_2}{r_2} + \frac{q_1}{r_1}\right)$ ，$V_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 + q_2}{r_2}$

$\Delta V = V_1 - V_2 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$ (與 q_2 無關)

(b) $\because q_1 > 0 \Rightarrow V_1 > V_2$ 且 ΔV 與 q_2 無關，所以所有內球殼之正電荷均將由導線傳到外球殼上，即 $q_1 = 0$ ，此時 $\Delta V = 0$ 也就是兩者等電位

(c) 一球體半徑 r ，所帶電荷爲 Q ，則

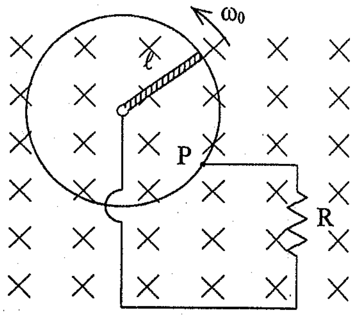
$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\text{，}V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\quad\Rightarrow\quad r=\frac{V}{E}=\frac{6\times10^5}{3\times10^6}=0.2\ \text{m}=20\ \text{cm}$$

但因半徑越大所建立的電場越小，欲使空氣不離子化

則 $r_1\geq 20$ cm

第三題參考解答

(1) 設從 t = 0 到 t = t 轉了 θ 角，則迴路中磁通量增加



$$\phi=\left(\frac{\theta}{2\pi}\right)\times\pi\ell^2\times B\quad\text{故}\quad\varepsilon=-\frac{d\phi}{dt}=\frac{\ell^2 B}{2}\omega$$

迴路中電流爲 $i=\dfrac{\varepsilon}{R}=\dfrac{\ell^2 B\omega}{2R}$

則此時細棒上距圓心 O 距離爲 r 處之一小單元素 dr 受力爲 dF = i dr B 方向與轉動方向相反，故力矩爲

$$\tau=\int\vec{r}\times d\vec{F}=\int r\times dF=\int_0^\ell irBdr=iB\cdot\frac{\ell^2}{2}=\frac{\ell^4B^2}{4R}\omega=-I\alpha=-\left(\frac{1}{3}m\ell^2\right)\cdot\frac{d\omega}{dt}$$

故得 $$\frac{d\omega}{\omega}=-\frac{3}{4}\frac{\ell^2B^2}{mR}dt\text{，得}\quad\omega=\omega_0 e^{-\frac{3l^2B^2t}{4mR}}$$

(2) $$\theta=\int_0^\infty\omega\,dt=\int_0^\infty\omega_0 e^{-\frac{3\ell^2B^2t}{4mR}}dt=\frac{4\omega_0 Rm}{3B^2\ell^2}$$

第四題參考解答

(1) $m\vec{a}=-e\left(\vec{E}+\vec{v}\times\vec{B}\right)$......................(a) $\vec{E}=-\hat{x}\dfrac{V}{d}$，$\vec{B}=\hat{z}B$........................(b)

$$m\vec{a}=e\left[\hat{x}\left(\frac{V}{d}-Bv_y\right)+\hat{y}Bv_x\right]\text{..............................(c)}$$

$$\Rightarrow\quad a_x=\frac{e}{m}\left(\frac{V}{d}-Bv_y\right)\quad,a_y=\frac{e}{m}Bv_x\quad,a_z=0\text{ ....(d)}$$

$a_z=0\Rightarrow v_z=$ 常數 $=0$，由起始條件知電子在 xy 面上運動

(2)座標轉換

$$\left.\begin{aligned}x'&=x\\y'&=y-vt\\z'&=z\end{aligned}\right\}(e)\quad\Rightarrow\quad\left.\begin{aligned}v'_x&=v_x\\v'_y&=v_y-v\\v'_z&=v_z\end{aligned}\right\}(f)\quad\Rightarrow\quad\left.\begin{aligned}a'_x&=a_x\\a'_y&=a_y\\a'_z&=a_z\end{aligned}\right\}(g)$$

$$\therefore\quad a'_x=a_x=\frac{e}{m}\left[\frac{V}{d}-B\left(v'_y+v\right)\right]=\frac{e}{m}\left[\left(\frac{V}{d}-Bv\right)-v'_yB\right]\text{ ....(8a)}$$

$$a'_y=a_y=\frac{e}{m}Bv'_x\text{ ....(8b)}$$

$$a'_z=a_z=0\text{ ....(8c)}$$

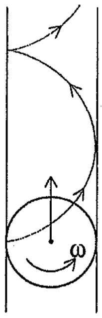
(3) 選 $\dfrac{V}{d}-Bv=0$ 時，$a'_x=-\dfrac{eB}{m}v'_y$，故 $v=\dfrac{V/d}{B}$

(4) K′座標中，電子繞磁場做等速率圓周運動，半徑 $r'=\dfrac{mv'}{eB}$，且 t = 0 時⇒ v'_y

$= 0 - v = -v$，故沿磁場方向看，電子做逆時針等速率($v = \dfrac{V}{Bd}$)圓周運動。

當圓周運動的直徑 $2r' = \dfrac{2mv}{eB} = \dfrac{2mv}{eB^2d}$ 小於 d 時，電子無法到達陽極，其條件爲 $\dfrac{2mV}{eB^2d} < d \Rightarrow B > \sqrt{\dfrac{2mV^2}{ed^2}}$，故 $B_C = \sqrt{\dfrac{2mV}{ed^2}}$。

(5) 當 $B = B_C$ 時，電子在 K′座標系中以等速率 $\dfrac{V}{Bd}$ 做圓周運動，但 K′系又以等速率 $\dfrac{V}{Bd}$ 沿 y 方向運動，故電子的軌跡可視爲圓盤上之一點(見圖)以等速度沿一直線滾動時所劃出的軌跡。



$\omega = \dfrac{v}{d/2} = \dfrac{2V}{Bd^2}$

第五題參考解答

(1) 帶電子粒子在 r 處的靜電位能爲 $U(r) = \dfrac{qE_0r^2}{2r_0}$

能量守恒 $\dfrac{1}{2}mv^2 + \dfrac{qE_0}{2r_0}r^2 = \dfrac{qE_0r_0^2}{2r_0} = \dfrac{qE_0r_0}{2}$

當 $r = 0$ 時，v 最大，故

$$\frac{mv_1^2}{2} = \frac{qE_0r_0}{2} \qquad \Rightarrow \qquad v_1 = \sqrt{\frac{qE_0r_0}{m}}$$

$$m\ddot{r} = -qE_0\left(\frac{r}{r_0}\right) \qquad \Rightarrow \qquad \ddot{r} + \frac{qE_0}{mr_0}r = 0 \text{ (簡諧振動)}$$

角頻率 $\omega^2 = \dfrac{qE_0}{mr_0}$，∴週期 $T_1 = \dfrac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\dfrac{mr_0}{qE_0}}$

(2) 等速率圓周運動，向心力 = 靜摩力

$$m\frac{v_2^2}{r} = qE_0 \qquad \Rightarrow \qquad v_2 = \sqrt{\frac{qE_0r_0}{m}} = v_1$$

週期 $T_2 = \dfrac{2\pi r_0}{v_2} = 2\pi\sqrt{\dfrac{mr_0}{qE_0}} = T_1$

(3) 角動量守恒，且因小擾動係沿徑向，故擾動前後之角動量相等

$$\ell = mv_2r_0 = mv_\theta r \ \Rightarrow \qquad v_\theta = r\dot{\theta} = \frac{v_2r_0}{r}$$

平面運動之動能 $K = \dfrac{m\dot{r}^2}{2} + \dfrac{mr^2\dot{r}^2}{2} = \dfrac{m\dot{r}^2}{2} + \dfrac{m}{2}\dfrac{r_0^2v_2^2}{r^2}$

能量守恒 $K + U = \dfrac{m\dot{r}^2}{2} + \dfrac{m}{2}\dfrac{r_0^2v_2^2}{r^2} + \dfrac{qE_0r^2}{2r_0}$ = 定值

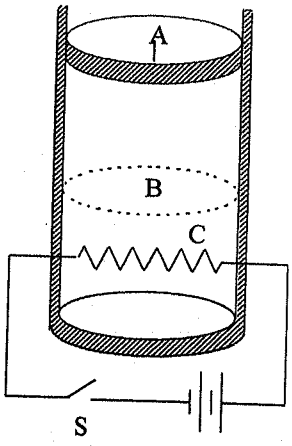
上式對時間微分一次，整理後可得 $\ddot{r} + \dfrac{qE_0}{mr_0}r - \dfrac{r_0^2v_2^2}{r^3} = 0$

令 $r = r_0 + \delta r$，$\dfrac{1}{r^3} = \dfrac{1}{(r_0+\delta r)^3} = \dfrac{1}{r_0^3}\left(1+\dfrac{\delta r}{r_0}\right)^{-3} \cong \dfrac{1}{r_0^3}\left(1-\dfrac{3\delta r}{r}\right)$

代回原式，整理後得 $\delta\ddot{r} + 4\left(\frac{qE_0}{mr_0}\right)\delta r = 0$ 故 $T_3 = \pi\sqrt{\frac{mr_0}{qE_0}} = 2T_1$

三、筆試三

1. 一外壁由熱絕緣材料製成的汽缸，由一可自由(無摩擦)移動的活塞 A，一內部隔板 B 及一加熱之電阻 C 組成。汽缸上下兩部分體積均為 V ，且內部均裝入一摩耳的單原子理想氣體，汽缸外面則維持一大氣壓。電阻絲每秒鐘可供給 5 卡的熱量。今將開關 S 關上，試問：



(1) 若隔板 B 固定，且為熱良導體製成，則 1 分鐘後汽缸上下部分各增高溫度幾度？

(2) 若隔板 B 可自由移動，且為熱良導體製成，則 1 分鐘後汽缸上下部分各增高溫度幾度？

(3) 若隔板 B 可自由移動，且為熱絕緣體製成，則 1 分鐘後汽缸上下部分各增高溫度幾度？

2. (1) 設地球表面附近之大氣壓力為 $P_0 = 76$ cm-Hg (厘米水銀柱高度)，溫度 $T_0 = 0°C$ ，求地表附近之空氣密度。

(2) 試估計地表周圍空氣之分子數。

(3) 地表周圍之大氣壓力會隨距地面之高度而減小。溫度亦會隨高度而減小，如其減小情形可以下式表示

$T(y) = T_0 - \alpha y$

y 表距地面之高度， T_0 為地表之溫度 $\alpha = 0.6 \times 10^{-2}$ °C/m

試證高度 y 處之大氣壓力為 $P(y) = P_0\left(1 - \frac{\alpha y}{T_0}\right)^{Mg/R\alpha}$

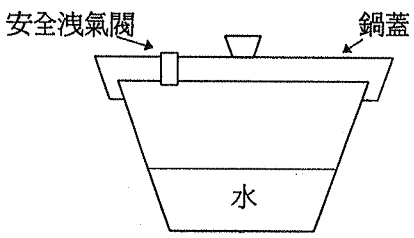
其中 P_0 為地表之大氣壓力， $M = 28.8 \times 10^{-3}$ kg/mole (公斤/莫耳)為空氣之平均分子量， R 為氣體常數。推導過程中，重力加速度 g 可視為定值。

(4) 利用(3)中之式子，估算 $P_0 = 76$ cm-Hg ， $T_0 = 0°C$ 時聖母峰頂(高度約 8863 m)處之氣壓。

附註：水銀密度 $\rho = 13.6$ g/cm^3　　地球半徑 $R_e = 6.38 \times 10^6$ m
氣體常數 $R = 8.315$ J/mole · K　　重力加速度 $g = 9.8$ m/s^2

積分公式　$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1}$　　$\int e^x dx = e^x$　　$\int \frac{1}{x} dx = \ln x$

3. 壓力鍋的構造如下圖所示，鍋體一般用不銹鋼作成，鍋蓋上裝有安全洩氣閥，使用時鍋蓋密封不透氣。當鍋底加熱時，鍋內的水蒸發，使得鍋內的氣體壓力增大，因而升高水的沸點，達到快煮的功效。安全洩氣閥的作用

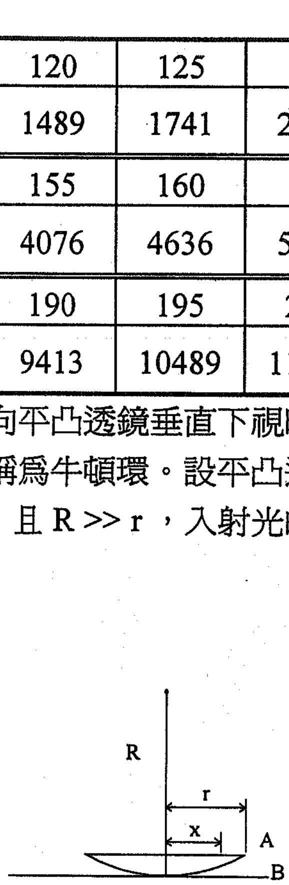


在於保障鍋內氣體的壓力維持在設定值。假設鍋內的容量爲 2 ℓ ，安全洩氣閥的壓力設定值爲 5 atm(大氣壓力)，起始時鍋內裝有 1 ℓ 的水，水面上的空氣壓力爲 1 atm (空氣內所含的微量水蒸氣壓力極低，可忽略不計)，室溫爲 25°C 。今將鍋蓋封緊，在鍋底面加熱，求在不洩氣的狀況下，鍋內的水溫最高可達多少度(℃)？有多少克的水被蒸發？(容器及其內的水的體積熱膨脹可忽略不計。)(註：氣體常數爲 0.082 atm · ℓ/mole · K)

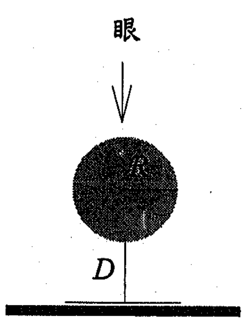
水蒸氣在不同溫度的飽和蒸氣壓列表如下：

溫度(°C)	100	105	110	115	120	125	130
飽和蒸氣壓 (mmHg)	760	906	1075	1268	1489	1741	2026
溫度(°C)	135	140	145	150	155	160	165
飽和蒸氣壓 (mmHg)	2347	2711	3117	3570	4076	4636	5256
溫度(°C)	170	175	180	185	190	195	200
飽和蒸氣壓 (mmHg)	5940	6694	7520	8423	9413	10489	11659

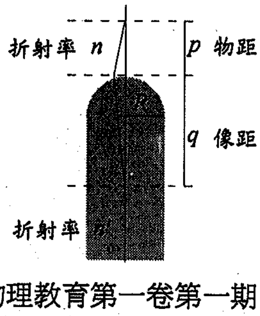
4. 如下圖所示，由一平凸透鏡置於一平面鏡上，當向平凸透鏡垂直下視時，則可見由兩鏡間的空氣膜所引致的干涉圖形紋，稱爲牛頓環。設平凸透鏡的曲面的曲率半徑爲 R ，其平面部份的半徑爲 r ，且 $R >> r$ ，入射光的波長爲 λ (平凸透鏡及平面鏡的材料均爲玻璃)
   (a) 牛頓環的總暗紋數爲多少(以 λ 、 R 及 r 來表示)？
   (b) 若平凸透鏡及平面鏡的材料改由折射率爲 n_A 及 n_B 的透明材料製成，並將之浸入折射率爲 n 的透明液體中，且 $n_A < n < n_B$ ，若在 x 處形成暗紋，求 x 爲多少？



5. 如右圖所示，一折射率爲 3/2 之透明玻璃圓柱體，半徑爲 R ，使其軸平行於一水平桌面，並透過此圓柱體閱讀平置於桌面上之文件，則發現圓柱底部與桌面之距離 D 小於 H 時，所看到之橫排文稿(柱軸與字列平行)，字形爲正立，且較原稿爲大。當 D > H 時，則所看到之文稿，字形爲倒立，上下列顛倒。



   (a) 若圓柱體只剩一半，另一半換成是寬爲 2R 、高度與深度無限之長方體，即橫截面如右圖時，試證方向接近圖上垂線之光線所成之像與物間須滿足之關係(成像公式)與放大率 m 分別爲：



$$\frac{n}{p}+\frac{n'}{q}=\frac{n'-n}{R},\quad m=-\frac{nq}{n'p}$$

(b) 試估計 H 之大略值 (以 $H=xR$ 表示)。

第一題參考解答

(1) 若 B 固定，則下至爲等容過程，上室爲等壓過程。因 B 爲良導體，故上下兩室，溫度始終維持相同，亦即所增溫度相同，因此

$\Delta Q=\Delta Q_{上}+\Delta Q_{下}=(5/2)R\Delta t+(3/2)R\Delta t=5\times 60$ 卡

$R=2$ 卡/mole · K，故 $\Delta t=\dfrac{300}{\frac{5}{2}\times 2+\frac{3}{2}\times 2}=37.5$ 卡

(2) 若 B 可動，且導熱，則上下溫度之增加仍相同，但此時上下室均爲等壓過程，故 $\Delta t=\dfrac{300}{\frac{5}{2}R+\frac{3}{2}R}=\dfrac{300}{10}=30K$

(3) 若 B 可動，但絕熱，則下室爲等壓過程，上室爲絕熱過程，因此

$\Delta Q_{上}=0=C_P\Delta T_P$，故得 $\Delta T_P=0$

$\Delta Q_{下}=300=(5/2)R\Delta t$

$\Delta t=60$ K 上下隔板會一起移動，上室體積維持不變

第二題參考解答

(1) $PV=nRT$ $\qquad P=\dfrac{nM}{VM}RT=\dfrac{\rho}{M}RT$

∴空氣密度

$$\rho=\frac{PM}{RT}=\frac{(1.103\times 10^{5}\ N/m^{2})(28.8\times 10^{-3}\ kg/mole)}{(8.315\ J/mole\cdot K)(273K)}=1.29\ kg/m^{3}$$

(2) $$分子數=\frac{(1.013\times 10^{5}\ N/m^{2})\left[4\pi\times(6.38\times 10^{6}m)^{2}\right]}{(9.8\ m/s^{2})(28.8\times 10^{-3}\ kg/mole)}\times 6.02\times 10^{23}$$

$$=11.05\times 10^{43}\approx 10^{44}$$

(3) $$\frac{dP}{dy}=-\rho g=-\frac{PM}{RT}g\quad\Rightarrow\quad\frac{dP}{P}=-\frac{Mg}{RT}dy$$

$$\int_{P_0}^{P}\frac{dP}{P}=-\int_{0}^{y}\frac{Mg}{R(T_0-\alpha y)}dy\qquad \ln P\Big|_{P_0}^{P}=\frac{Mg}{\alpha R}\ln(T_0-\alpha y)\Big|_0^y$$

$$\ln\frac{P}{P_0}=\frac{Mg}{\alpha R}\ln\frac{T_0-\alpha y}{T_0}\qquad P=P_0\left(\frac{T_0-\alpha y}{T_0}\right)^{Mg/\alpha R}=P_0\left(1-\frac{\alpha y}{T_0}\right)^{Mg/\alpha R}$$

(4) $$Mg/R\alpha=\frac{(28.8\times 10^{-3}\ kg/mole)(9.8\ m/s^{2})}{(8.315\ J/mole\cdot K)(0.6\times 10^{-2}\ K/m)}=5.6576$$

$$P=P_0\left[1-\frac{(0.6\times 10^{-2}\ K/m)(8863m)}{273K}\right]^{5.6576}=P_0(0.8025)^{5.6576}=0.294\ atm$$

第三題參考解答

起始時鍋內空氣分子的莫耳數 n_a，可利用理想氣體方程式計算如下：

$$PV = n_aRT$$
$$\Rightarrow \quad 1 \times 1 = n_a \times 0.082 \times (273 + 25)$$
$$\Rightarrow \quad n_a = 0.041 \text{ mole}$$

達到平衡狀態時，設有 n_w 的水蒸發，其分壓為 P_w；當時空氣的分壓為 P_a，混合氣體所佔的體積為 V'，溫度為 T'，則

$$P_aV' = n_aRT' \quad \text{......(1)}$$
$$P_wV' = n_wRT' \quad \text{......(2)}$$
$$P_a + P_w = 5 \quad \text{......(3)}$$

由於蒸發的水量很小，又容器及其內的水的體積熱膨脹可忽略不計，所以 $V' \approx 1\ell$

$$P_a \times 1 = 0.041 \times 0.082 \times T' \quad \text{......(4)}$$
$$P_w \times 1 = n_w \times 0.082 \times T' \quad \text{......(5)}$$

由(3)、(4)和(5)式可解得

$$P_w + 3.362 \times 10^{-3}\, T' = 5 \quad \text{......(6)}$$

用利(7)式和表中所列水的飽和蒸氣壓—溫度的關係數據，應用圖解法(見下頁圖)可得　$P_w = 2700$ mmHg,　　$T' = 140°C$

將上值代入(5)式，可解得

$$n_w = \frac{270/760}{0.082 \times (273 + 140)} = 0.11 \text{ mole}$$

$$\Rightarrow \quad m_w = n_w \times 18 = 0.11 \times 18 = 2.0 \text{ g}$$

若無洩氣，則只有 2 克的水蒸發，但水溫可達 140°C

第四題參考解答

(a) 光垂直入射到 A 鏡的曲面，其反射線與到 B 鏡面的反射線形成干涉，它們的波程差為 2d 。因它們的相角差 180°(一由光密到光疏，另一由光疏到光密)，設空氣的折射率 ≈ 1，則成相消性干涉的條件為

$$2d = m\lambda \text{ ， m 為 0, 1, 2,… 的正整數}$$

$$\because \quad 2d = 2(R - R\cos\theta) = 2R\left(1 - \sqrt{1 - \left(\tfrac{x}{R}\right)^2}\right)$$

因 $R >> x \Rightarrow R >> x$ ，故 $\sqrt{1-\left(\tfrac{x}{R}\right)^2} \cong 1 - \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{x}{R}\right)^2 \Rightarrow x_m = \sqrt{m\lambda R}$

故兩相鄰暗紋的距離可表為　$\left(\sqrt{m+1} - \sqrt{m}\right)\sqrt{\lambda R}$

$$\therefore \quad r = \left[\left(\sqrt{1} - \sqrt{0}\right) + \left(\sqrt{2} - \sqrt{1}\right) + \cdots + \left(\sqrt{n} - \sqrt{n-1}\right)\right]\sqrt{\lambda R} = \sqrt{n}\sqrt{\lambda R}$$

$$\Rightarrow \quad n = \frac{r^2}{\lambda R}$$

(b) 因 $n_A < n < n_B$ ，故形成干涉時，兩反射線並無相角差，其形成暗紋的條件為　$2dn = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$ ，$m = 0, 1, 2 \cdots$ 正整數

$$\Rightarrow \quad x_m = \sqrt{\left(m + \tfrac{1}{2}\right)\lambda R / n}$$

注意，n 為 A 、 B 鏡間透明物質的折射率

第五題參考解答

(1) $\frac{n}{p}+\frac{n'}{q}=\frac{n'-n}{R}$, $m=-\frac{nq}{n'p}$,

(2) 設物距 $p=D=xR$，則由下半圓柱體產生之像距離半圓之頂點爲 q，由(1) 得

$$\frac{3}{2q}=\frac{n'-1}{R}-\frac{1}{xR}=\frac{1}{R}(\frac{1}{2}-\frac{1}{x})=\frac{x-2}{2xR},\quad q=\frac{3xR}{(x-2)},\quad m=\frac{2}{(2-x)}$$

(i) 當 $x<2$ 時， $q<0, m>0$ ， 此像爲正立虛像，距離上半圓柱體之半圓頂點爲 q+2R，經第二次折射成像於 q'，

$$p'=q+2R=\frac{3xR}{(x-2)}+2R=\frac{(5x-4)R}{(x-2)},$$

$$\frac{1}{q'}=\frac{n'-1}{R}-\frac{n'}{p'}=\frac{1}{2R}(1-\frac{3x-6}{5x-4})=\frac{x+1}{R(5x-4)},$$

$$q'=\frac{5x-4}{x+1}R,\quad m'=\frac{-3q'}{2(q+2R)}=\frac{3(2-x)}{2(x+1)}>0.$$

$$m\,m'=\frac{3}{x+1}>1,$$

當 $x<4/5$ 時， $q'<0$ ，此像爲正立放大虛像。當 $2>x>4/5$ 時， $q'>0$ ，此像爲正立放大實像。

(ii)當 $x>2$ 時， $q>0,\quad m<0$ ，此像爲倒立實像，距離上半圓柱體之半圓頂點爲 $2R-q$ ，經第二次折射成像於 q'，

$$p'=2R-q=\frac{-3xR}{(x-2)}+2R=\frac{-(x+4)R}{(x-2)},$$

$$\frac{1}{q'}=\frac{n'-1}{R}-\frac{n'}{p'}=\frac{1}{2R}(1+\frac{3x-6}{x+4})=\frac{2x-1}{R(x+4)},$$

$$q'=\frac{x+4}{2x-1}R>0,\quad m'=\frac{-3q'}{2p'}=\frac{3(2-x)}{2(2x-1)}<0.$$

$$m\,m'=\frac{3}{(2x-1)}<1,$$

此爲倒立縮小實像。故 H=2R 。

四、實驗試題一

一、器材：

燈泡、量筒、試管、燒杯、水、三用電錶(一作爲伏特計，一作爲電流計)、可變電阻、接線、電壓源

二、注意事項：

1. 各電錶上接線*請勿拔起*，其中紅色接頭代表"+"端，黑色接頭代表"–"端。
2. 電錶上和電壓源上的膠帶，請勿撕開。
3. 電流計(黑色的)使用時，請將轉盤旋至**"200mA"**處。
4. 電壓源插上電源即可使用，其中紅色接頭代表"+"，黑色接頭代表"–"端。
5. 實驗一和實驗二分別用不同的燈泡。

三、實驗內容：

利用現有器材，設計並完成下列實驗：

◎實驗一：(燈泡的平均比重)

測量燈泡的平均比重。

◎實驗二：(燈泡燈絲的能量散逸)

a. 燈泡燈絲的電阻R與絕對溫度T的關係如附表一：

b. 燈泡燈絲每秒散逸到周遭環境的能量P，可以用下列物理模型來描述

$$P = P_o T^{\alpha}$$

c. 其中T爲絕對溫度，P_o與α爲常數。

測量P_o與α值。

附表一

T(K)	R(Ω)
300	5.00
400	7.13
500	9.35
600	11.71
700	14.24
800	16.81
900	19.42
1000	22.06
1100	24.73
1200	27.42
1300	30.16
1400	32.91
1500	35.72
1600	38.54
1700	41.40
1800	44.29
1900	47.21
2000	50.15
2100	53.15
2200	56.18
2300	59.21
2400	62.29
2500	65.41
2600	68.58
2700	71.72
2800	74.96
2900	78.17
3000	81.45
3100	84.74
3200	88.09
3300	91.42
3400	94.87
3500	98.32
3600	101.8

五、實驗試題二

題目：<u>熱敏電阻溫度計的校準和冰的比熱測定</u>。

說明：熱敏電阻，又稱測溫電阻(thermister)，是一種半導體材料。它的電阻對溫度的變化非常敏感，因此可選作爲溫度計之用。本實驗包括兩個部分：(1)熱敏電阻溫度計的校準；(2)冰的比熱測定。

(1)熱敏電阻溫度計的校準：

若溫度變化的範圍不大，熱敏電阻 R 和其溫度 T 之間的關係，近似於下式：

$$\frac{1}{T} = A + B\ln R$$

式中 T 爲絕對溫度， A 和 B 皆爲常數。

(a)利用兩個定點溫度(水的沸點和冰點)，以定出 A 和 B 的數值。

(b)利用一已校準的水銀溫度計及不同溫度的水，量出一系列電阻 R 和溫度 T 的數據，列表表示之，並將實驗數據轉換成函數曲線，檢驗是否如上式所示？求出最佳的 A 和 B 值。

(1)冰的比熱測定：

(a)在燒杯中倒入若干量的冰屑(你必須自行估算)，並將熱敏電阻溫度計和加熱用金屬電阻一起埋入冰屑內，然後置入已備妥的冷劑中(冰屑和食鹽的混合物，質量比 3:1)。俟燒杯中的冰屑降至最低溫後，取出燒杯，改置於絕熱容器內。將金屬電阻接通穩壓電源加熱。

(b)畫出你的實驗裝置圖。量取冰屑溫度 T 和加熱時間 t 的數據，列成表格，並繪出 T-t 的關係曲線。

(c)根據實驗曲線計算冰的比熱(須含誤差值)，並寫出你使用的計算公式。

器材：

(1) 熱敏電阻一個。
(2) 三用數字電錶一具。
(3) 穩壓電源一具。
(4) 停錶一個。
(5) 水銀溫度計一支。
(6) 加熱用金屬電阻線一條。
(7) 連接導線四條。
(8) 250mℓ 燒杯二個。
(9) 250mℓ 量筒一個。
(10) 塑膠盆一具。
(11) 保利綸盒一個。
(12) 三角架一具(附石綿心網)。
(13) 酒精燈一具。
(14) 打火機一具。
(15) 冰屑(公用)。
(16) 冷劑(冰屑和食鹽的混合物，質量比 3:1 ，公用)。

註：注意你所取實驗數據及計算值的有效數字位數和誤差值。

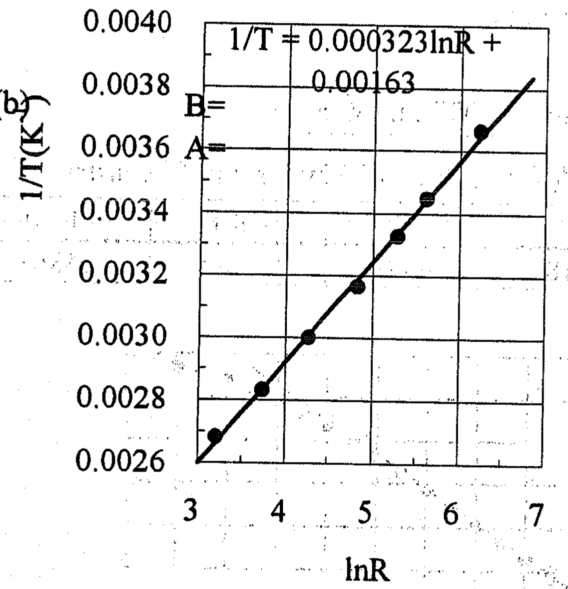
實驗二參考答案：

$t(^0C)$	T(K)	$1/T(^{-1}K)$	$R(\Omega)$	lnR
0.0	273.0	3.663E-03	514	6.24
17.0	290.0	3.448E-03	277	5.62
27.5	300.5	3.328E-03	199	5.29
43.0	316.0	3.165E-03	125	4.83
60.5	333.5	2.999E-03	71.6	4.27
80.0	353.0	2.833E-03	41.7	3.73
100.0	373.0	2.681E-03	24.6	3.20

(a) B= 3.23E-04 K^{-1}

A= 1.65E-03 K^{-1}

(b)



斜率= $(3.23 \pm 0.04)\times 10^{-4}\,K^{-1}$

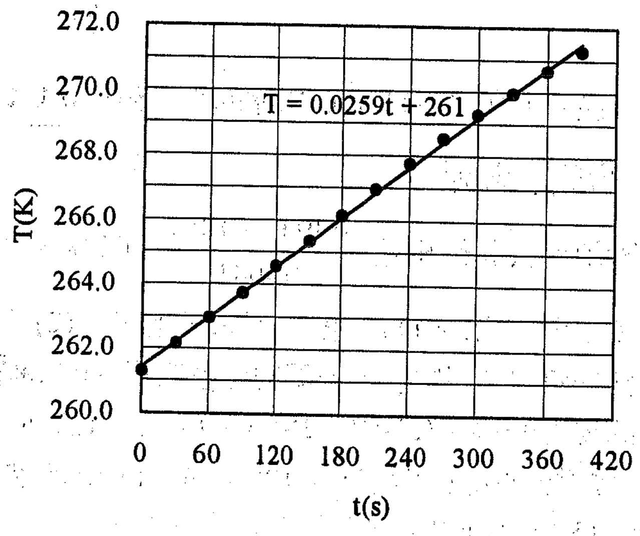
截距= $(1.63 \pm 0.01)\times 10^{-3}\,K^{-1}$

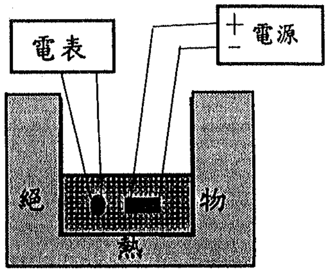
(2)冰的比熱測定：

t(s)	R(W)	T(K)
0	900	261.3
30	866	262.1
60	835	263.0
90	806	263.7
120	777	264.6
150	751	265.3
180	725	266.1
210	700	267.0
240	676	267.8
270	654	268.5
300	633	269.3
330	615	270.0
360	597	270.7
390	582	271.3
420	568	271.8
450	556	272.4
480	546	272.8
510	537	273.2
540	532	273.4
570	527	273.6
600	523	273.8

斜率= $0.0259 \pm 0.0004\,(K/s)$

截距= 261.0 ± 0.1 (K)





$$\Delta Q = mc\Delta T$$

$$P\Delta t = mc\Delta T$$

$$\Rightarrow \quad c = \left[\frac{m}{P}\left(\frac{\Delta T}{\Delta t}\right)\right]^{-1}$$,式中m為冰的質量,P加熱電功率。

$$m = 50.0 \pm 0.1\,g,$$

$$V = 5.00 \pm 0.01\,V, \quad R = 10.0 \pm 0.1\Omega$$

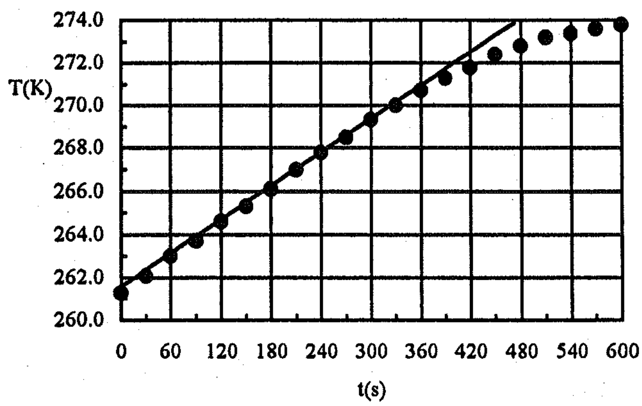
$$\Rightarrow P = \frac{V^2}{R} = \frac{(5.00 \pm 0.01)^2}{10.0 \pm 0.1} = 2.50 \pm 0.01\,W \qquad \frac{\Delta T}{\Delta t} = 0.0259 \pm 0.0004\,K/s$$

$$\Rightarrow \quad c = \left[\frac{(50.0 \pm 0.1)}{2.50 \pm 0.01}(0.0259 \pm 0.0004)\right]^{-1}$$

$$= 1.93 \pm 0.03 J/g \cdot K = \underline{0.461 \pm 0.007\,cal/g \cdot K}$$

冰的比熱公認值(Hand Book of Physics and Chemistry)

$T(^0C)$	−2.2	−4.3	−8.1	−11.0
$c(cal/g.^0C)$	0.5018	0.4989	0.4896	0.4861



從−2.0 ^0C 至−11.0 ^0C 的冰的平均值為 $\underline{0.4941 \pm 0.0075\,cal/g.^0C}$ 。

主要誤差來源：

實驗值和公認值相差 $\dfrac{0.4941 - 0.461}{0.4941} = 6.7\%$ 。

誤差主要來自於 (1) 燒杯所吸收的熱量，(2) 從空氣流入的熱量：

燒杯的質量為 63.8g ，玻璃的比熱約為 0.08 cal/g.^0C 。在 t = 0 至 360s 期間，冰屑的溫度升高了(270.7 − 261.3)=9.4 ^0C 。和冰屑接觸的杯壁，其質量約為 20g ，因此燒杯共吸走了約 $20 \times 0.08 \times 9.4 \approx 15$ cal 的熱量，佔總供熱量 $2.50 \times 360 = 900$ J = 215 cal 的 6.9%。