物理教育學刊
2009, 第十卷第一期, 95-116

Chinese Physics Education
2009, 10(1), 95-116

教學心得

「重力」教學的困境與突破

陳瓊森[1] 顧炳宏[2] 楊孟欣[1] 邱瀞儀[1]

[1]國立彰化師範大學 物理系
[2]國立彰化師範大學 科學教育研究所

壹、「重力」教學的困境突破

牛頓運動定律和萬有引力(重力)構成力學的兩個主要部份，牛頓運動定律在日常生活中就很容易觀測，也就比較容易設計教學所需的實驗或活動，但萬有引力僅在至少其中一個作用體爲星體時才容易觀測到，因此「重力」(gravity)單元缺乏實驗或活動，一般物理教科書在「重力」這一章，通常只能整理結果地敘述和說明萬有引力定律與刻普勒定律的內容，因而使得高中和大學物理教師通常也只能用採用傳統講述法來教這一章，很難設計出實驗或活動，這使得「重力」這一章，不管是對教師的教學，或是對學生的學習而言，都屬於物理課程裡很沒趣的一章。

貳、從科學史尋找「重力」的真實例子來突破教學的困境

但如果我們在力學的科學史多下一些功夫，回顧牛頓發展的萬有引力定律過程，就可以發現萬有引力並不是孤立的，更不是牛頓坐在蘋果樹下偶然發現的，它是無數人血汗的努力及經驗累積所得來的成果。誠如牛頓所說的，他是站在巨人的肩膀上。再加上他的偉大創見，才能成就曠世的偉大發現。因此，惟有回歸到科學史來探究萬有引力定律的發展過程，我們才能設計出好的活動，呈現萬有引力定律的真實例子，也才能夠有效幫助學生深刻體會萬有引力定律。

參、美麗傳說中的物理考題：蘋果與月亮

有關牛頓的傳說，最爲人所津津樂道的，就是牛頓坐在蘋果樹下，被掉落的蘋果打到，他從萬物皆會向下(地心)掉落，因而領悟出地心引力定律(附帶值得一提的是：「地心引力」乃是很容易讓人誤解的名詞，比較好的術語是「萬有引力」)，而爲了感念這棵蘋果樹，包括我國在內的很多國家，都種植了這棵蘋果樹的分支後代。然而針對學物理的學生來說，這個美麗的傳說應該有一個更好的說法，那就是牛頓坐在蘋果樹下望著月亮時，被掉落的蘋果打到，牛頓受到啓發，因而領悟出「月亮繞著地球旋轉」與「蘋果以自由落體加速度掉落」，乃是基於同樣的萬有引力。以上就是學生所要學習有關萬有引力定律的一個重要的課題，或者可以當成回家作業，也可以是一個很好的考試題目：回家作業三、牛頓的第一個問題：根據傳說，牛頓之所以能夠推導出萬有引力定律，乃是因爲他坐在蘋果樹下望著月亮時，被掉下來的蘋果打到，受到啓發，因而領悟出「月亮繞著地球旋轉」與「蘋果以自由落體加速度

掉落」，乃是基於同樣的萬有引力。請說明牛頓的推導過程。(Hint:利用陰曆月亮繞地球的週期 T 爲 27.3 天與上題月球和地球的距離爲 3.84×10^8 m 來推導。)

要正確解答以上題目，學生不只要學會自由落體加速度 g、牛頓第二運動定律 F=ma、與等速率圓周運動向心力 $F=m\frac{v^2}{r}$，還要知道陰曆月亮繞地球的週期 T 爲 27.3 天，以及月球和地球的距離爲 3.84×10^8 m，而其中有些是牛頓先前研究的結果，有些則是牛頓的前人有關天文學研究的成果。

以下是上述題目的一個參考解答：

Sol: 牛頓思考質量爲 m_1 的蘋果在地球表面受力做自由落體等加速運動

$F_1=m_1a_1$ $a_1=g_1=9.8\ m/s^2$

質量爲 m_2 的月球繞著地球做等速率圓周運動 $F_2=m_2a_2$ $a_2=\frac{v_2^2}{r_2}$ 其中 r_2 爲月球和地球的距離，v_2 爲月球的移動速率，其與繞地球週期 T_2 的關係爲 $v_2=\frac{2\pi r_2}{T_2}$

把兩式子結合，牛頓發現

$$g_2=a_2=\frac{4\pi^2 r_2}{T_2^2}=\frac{4\pi^2(3.84\times10^8 m)}{(60s\times60\times24\times27.3)^2}=0.00272m/s^2$$

$$\frac{g_2}{g_1}=\frac{g_{at_moon}}{g_{at_earth}}=\frac{0.00272m/s^2}{9.80m/s^2}=\frac{1}{3600}$$

牛頓再比較 $\frac{r_2}{r_1}=\frac{3.84\times10^8 m}{6.37\times10^6 m}=60.2$

牛頓發現 60.2 的平方幾乎等於 3600，因此他推想：

1. 如果 g 值在地球的表面爲 9.8。
2. 如果重力和 g 值隨著距離平方成反比而減少。
3. 這個重力和 g 值使得月球以 27.3 天的週期繞著月球做等速率圓周運動

牛頓因而推論出重力與距離平方成反比的定律 $F=\frac{GMm}{r^2}$ #

然而光憑著上述蘋果與月亮同受地球之吸引力而運動的單一例子，並不能說就此「證明」了萬有引力與距離平方成反比的定律，牛頓還運用許多前人在天文學上的研究成果，特別是太陽系裡行星受到太陽之萬有引力而橢圓週期運動，才能令人信服萬有引力定律的存在，而這些前人在天文學上的研究成果，除了幫助牛頓發展萬有引力定律之外，也是我們設計以下萬有引力定律教學活動的最好來源。

肆、地球為什麼是圓球體

生活在廣大無垠的大地，許多古人都認爲大地是平的，但早在希臘時代，就有學者證明地球是圓的，並且計算出地球的半徑，但不知道爲什麼中世紀的人包括學者普遍接受大地是平的說法。

在真正更廣大無垠的大海航行，當可以開始看到遠方的船時，乃是先看到船的桅而非一開始就看到整艘船，這證明了地球是圓的而不是平的。但哥白尼對地球是圓球體的推論方式，更有助於以下我們對於了解行星與太陽系的關係，他提出的證據是：越往北移動，北極星就升得越高；越往南移動，則越低。

伍、地球半徑為何

回家作業一、說明古希臘人如何測量地球的半徑。(請繪圖說明之)

Sol: 以下參考《數理化通俗演義》第三回：人類第一次測量地球

埃拉托色尼認真地講述起來："你知道，離亞里山大里亞 5000 斯塔迪姆(埃及長度計算單位)有一個城市叫塞恩，夏至那天，陽光可以直射到井底，說明光線與塞恩城的地面垂直，而在我們亞里山大里亞的物體卻有一個短短的影子。我就拿這一根竹竿在亞里山大里亞廣場上這麼一立，就能算出這兩個城市與地球球所形成的夾角，再一量這兩個城市間的距離…"

"...就能推出地球的周長。妙！妙！"整天研究三角、圓弧的阿基米德心有靈犀，一點就通。他不等埃拉托色尼說完就著急地問："夾角多大？"

"7 又 1/5 度。"　"距離多少？"　"五千斯塔迪姆。"

"呵，地球周長 25 萬斯塔迪姆。"　阿基米傳說的這個數字合四萬公里，與我們近代測得數字僅差一百公里。

回家作業二、說明古人如何測量出月球和地球的距離爲 3.84×10^8m。

Sol: 參考圖 1，如果從地球上 A 點看，月球 S 剛好在地平線上，而同時從地球上 B 點看，月球剛好在天頂處，這個夾角就叫做月球 S 的地平視差，月球的平均赤道地平視差是 57'02.6"，運用上題的地球半徑，就可以算出月球和地球的距離約爲 3.84×10^8m。再利用圖中的月球視半徑，可以算出地球的半徑。

陸、行星與恆星的差別

現在，連小學生對行星與恆星的差別都能朗朗上口，可是卻很少人真正好好地觀測過星星。回顧科學史，要分別行星與恆星的不同，乃是要許多先賢無數努力的才能成就的，而其成果，不只推翻地球是宇宙中心且證明地球與行星繞著太陽旋轉，也間接促成牛頓發現萬有引力定律，如果不了解這些，那麼就算會說出行星與恆星的差別，也只是人云亦云的背誦而已。

現代由於光害的普遍，學生很難有機會欣賞滿天星斗的美麗景像，如果能安排一次的高山遊樂區之旅，就能帶領學生到達無光害的欣賞星星，如果欣賞的時間稍爲長些，就能有初步的觀測，至少觀察到隨著時間一秒一分一小時的過去，天上的星星絕大部份都是繞著北極星在旋轉，好像不是繞著地球在旋轉。如果沒有機會帶學生觀測星星，至少可以帶學生上網站欣賞星星，例如維基百科的北極星條目下就可以欣賞到星星繞著北極星旋轉。進一步的體會則是星座。

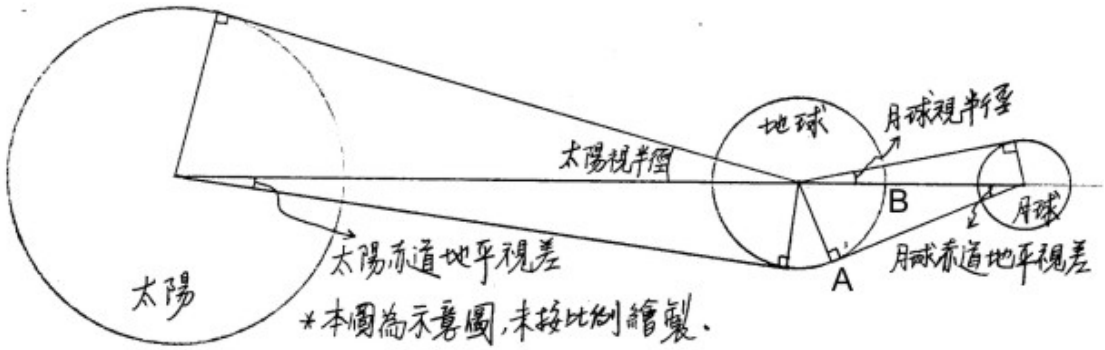

圖 1

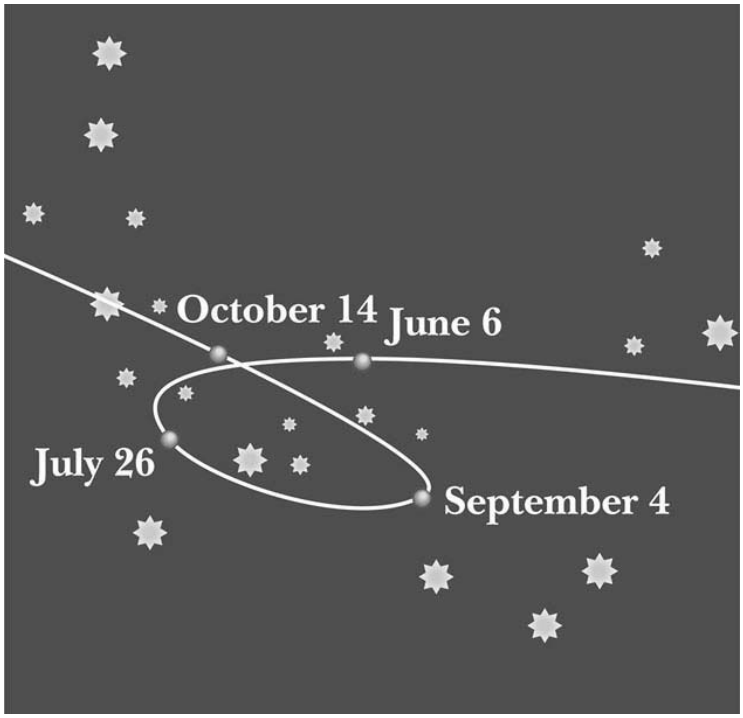

圖 2

但天空上最特別的星星，除了太陽與月亮之外，那就是行星了。天上就只有少數幾顆星星，不像絕大部份星星那樣繞著北極星在旋轉，他們的行進路徑非常複雜，當然還是要等到伽利略發明望遠鏡之後，人們才能夠更仔細地觀測這些特別的星星，也才能進一步分析其行進的路徑。圖 2 是 Tycho Brahe 非常仔細地觀察一顆行星之後所繪出的路徑圖，注意圖 2 中呈現的是不同日期大約同一時辰的星星位置圖，因此一般星星的位置是靜止的，而行星卻沿著非常複雜的路徑前進。Tycho Brahe 還沒有時間分析這些資料就過世了，這個任務就留給他的助手刻普勒(Johannes Kepler)經過多年的分析後，發展出刻普勒三大行星運動定律。這才給了之後的牛頓能有良好的基礎來用理論和數學發展他的萬有引力定律。

圖 2 行星行進的複雜的路徑其實就是數學上所稱的外擺線(epicycloid)，我們可以在一個大馬達上裝一個大轉盤，在大轉盤的邊緣上，再裝上一個小馬達裝小大轉盤的子系統，讓學生觀察小轉盤邊緣上一點的行進路線，那就是外擺線。外擺線是由兩個旋轉的系統所形成，這意味著我們觀測到以外擺線行進的行星，可能就是兩個旋轉的系統所形成的，學生也因此而比較能體會，前人如何能從行星以外擺線行進的數據，推導出從地球在自轉，而行星則是繞著太陽在旋轉。

等到伽利略發明望遠鏡後，其實就更容易直接看出行星與恆星的差別。只要有一個簡單的低倍率望遠鏡，就可以讓學生觀察到月亮表面的凹凸不平而非光滑如鏡，也可以直接觀察行星與恆星的差別：與肉眼觀察來比較，透過望遠鏡觀察，行星變大了，而其它的星星則還是一樣是一個「點」。除此之外，也很容易觀察到木星有衛星，以及金星和月亮一樣有周期性的圓缺變化(位相變化)。此時我們就可以要學生分組討論：為什

麼用望遠鏡來看，行星變大了，而其它的星星則還是一樣是一個「點」？當然其原因乃是行星距離我們比較近，而其它的星星(非行星)雖然比較大，但距我們比較遠，其遠的程度遠大於其大的程度，因此在望遠鏡中看起來還是一樣是一個「點」。另外一個小組討論的題目，則是關於伽利略發明望遠鏡後，如何把他觀測到金星的(圓缺)位相變化，作爲證明哥白尼的日心說的有力證據？

柒、牛頓的第二個問題

牛頓推導出萬有引力定律與距離平方成反比後，並沒有很快出版他的成果，而是在 22 年後才在他偉大的曠世鉅作 Mathematical Principles of Natural Philosophy 一書中才出現，因爲原先他不知道如何解決「質點與一個星球之間的萬有引力等於星球所有的質量都集中在其質心」的問題。試證球殼在球殼外產生位能的作用等於所有質量都集中在球心。再進一步推演球殼在球殼外產生之重力等於所有質量都集中在球心，以及球體在球體外產生之重力等於所有質量都集中在球心。

捌、橢圓的學習活動

在本文的最後部份，我們將探討如何幫助學生學習牛頓要處理的第三個問題：在橢圓軌道上運動之行星，乃是受到與距離平方成反比的萬有引力定律的作用。要探討這個問題，學生必須對橢圓有相當深入的理解。雖然學生在高中數學課會學到橢圓，但其學習過程很少是以活動爲主，在大一普通物理的課堂裡，我們發現學生都只會背誦極少數有關橢圓的典型公式，很少具備橢圓的程序性知識，因此需要設計良好的橢圓學習活動，才能幫助學生學習橢圓軌道的平方反比定律。

橢圓的學習活動就是要學生從動手繪製實際的橢圓，再由此進入橢圓的數學世界。繪製實際橢圓最好的練習之一，就是要每一小組的學生依實際比例繪製太陽系的內行星和外行星之軌道圖組各一份，每一位學生至少繪兩個橢圓，並且在其所繪的橢圓旁簽名。

繪製實際橢圓時，就必須體會橢圓的形狀可以用叫做橢圓的離心率 ε 的一個數來表達，對於如圖 3 所示有半長軸 a 和半短軸 b 的橢圓，離心率是 $\varepsilon = \sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}$ ，離心率越大，a 與 b 的比率就越大，因此橢圓被更加拉長。$\varepsilon = \frac{c}{a}$ ，如果 c 等於從中心到任一焦點的距離，則距離 c 叫做橢圓的線性離心率。在兩個焦點間的距離是 2aε。離心率是小於 1 大於等於 0 的正數。離心率 0 表示著兩個焦點重合而這個橢圓是圓。

當學生依實際比例繪製地球繞太陽的橢圓軌道時，知道若短軸 b=4.0000cm，長軸 a = 4.0006cm，就會發現地球的軌道其實更像一個圓，也才比較能進一步體會地球春夏秋冬的冷熱四季變化，主要不是來自於地球與太陽距離的遠近，例如北半球的夏至反而是地球運行到遠日點，地球四季冷熱變化，主要起因於地球自轉軸偏斜所造成之陽光照射角度的變化所造成的。

玖、如何繪製高品質的橢圓

一般常用來繪製橢圓方法，就是取一細繩長度等於 AB，繩子一端固定於 F1 處，另一端固定於 F2 處，將筆放在 X 處，拉直細繩，慢慢移動筆，即可描繪出橢圓。但是這樣繪製橢圓會有一個問題，那就是筆在通過

A、B 兩點時，繩子會被要固定繩兩端的 F1 與 F2 處的釘子卡到，而只要有一些誤差，起點和終點沒有辦法連接成爲完美的橢圓，就很難進行「橢圓軌道與距離平方成反比之引力定律」的實驗活動。

因此我們推薦以下方法來幫助學生在一般實驗室繪製高品質的橢圓：首先取一塊長方形的木板，以膠帶在木板上貼滿白紙，再畫出長軸線、短軸線與中心點。

其次取一段大略長度的釣魚線，將其兩端綁起來打死結，將其撐直以測量此封閉曲線的長度爲 2L，要以此封閉曲線來繪製高品質的橢圓，則 $2L=2a+2\varepsilon a$ (Why?)，先決定你要的離心率 ε，即可計算半長軸 a 與焦點和中心的距離 εa。

用兩個長腳圖釘分別固定在兩個焦點上，其座標位置分別爲$(+\varepsilon a, 0)$與$(-\varepsilon a, 0)$。把準備好的總長度 2L 的封閉釣魚曲線環繞兩個長腳圖釘，再以一支鉛筆用力撐直封閉釣魚曲線以繪製出高品質的橢圓。

拾、如何繪出橢圓上任何一點的切線?

學生繪製出高品質的橢圓之後，要進行「橢圓軌道與距離平方成反比之引力定律」的實驗活動，必須繪出橢圓上任何一點的切線，這時就要用到橢圓的第二個作圖的方法：如圖 4 所示，在以 S 爲圓心以 SM 爲半徑的圓內取異於圓心 S 的一點 F，在圓上取一動點 M ，作 M 與 F 之中垂線，此線與直線 MO 交於點 P，則 P 點軌跡即爲橢圓！

我們可以運用上述繪製橢圓的方法來繪出已知橢圓上任何一點的切線，但如果繪製以 SM 爲半徑的大圓，會使得整個圖形太大而變得不易準備與處理，因此我們介紹以下只繪此所須之 M 點即可的方法：

如圖 5 所示，從主焦點 S 畫 SP 線段之延長線，使其長度爲 2a(記得 SP+FP=2a)，設端點爲點 M，畫自點 M 連至另一焦點 F 間之線段 MF，取線段 MF 之中垂線，此中垂線會剛好與橢圓交於一點(P 點)，故此中垂線即爲橢圓 P 點之切線。(Why?)\

拾壹、「重力」實驗活動:橢圓軌道與距離平方反比定律

刻普勒運用前人觀測行星的數據整理出三大行星運動，已經確立行星乃是在橢圓軌道上運行，牛頓要在這個基礎上發展出與距

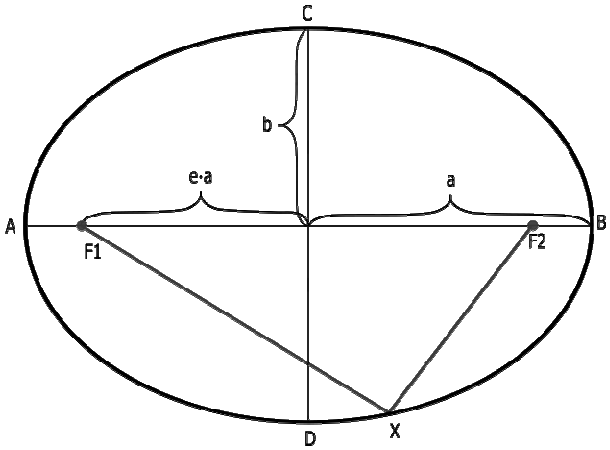

圖 3

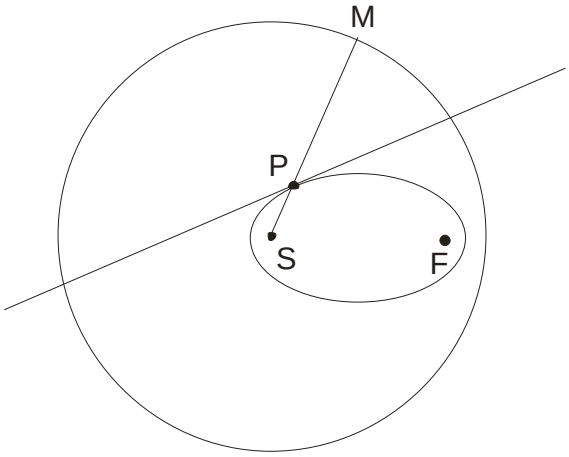

圖 4

離平方成反比之萬有引力定律，就必須證明橢圓軌道與距離平方成反比之萬有引力定律之間的關係，但用微積分來證明是後來的事，而通常也要到物理系二年級的理論力學科才有可以做這方面的數學推導。Jeffrey Prentis 等人(2007)在《The Physics Teacher》發表的一篇有關橢圓軌道與平方反比定律的文章，介紹如何運用牛頓的「PQRST 公式」法，來幫助高中與大一學生學習橢圓軌道與平方反比定律，以上是我們整理成三小時普物實驗的活動介紹。

一、實驗簡介

根據傳說，牛頓之所以能夠推導出萬有引力定律，乃是因爲他坐在蘋果樹下望著月亮時，被掉下來的蘋果打到，受到啓發，因而領悟出「月亮繞著地球旋轉」與「蘋果以自由落體加速度掉落」，乃是基於同樣的萬有引力(與距離平方成反比)。

牛頓推導出萬有引力定律與距離平方成反比後，並沒有很快出版他的成果，而是在 22 年後，在他偉大的曠世鉅作 Mathematical Principles of Natural Philosophy 一書中才發表他的成果，因爲原先他不知道如何解決「質點與一個星球之間的萬有引力等於星球所有的質量都集中在其質心」的問題。

牛頓接下來要處理的第三個問題乃是：「在橢圓軌道上運動之行星乃是受到與距離平方成反比的萬有引力定律的作用」的問題，牛頓的方法稱爲「PQRST 公式」(the “PQRST” Formula)：不管任何一種運動軌道，這個公式都可以藉由線段的測量，就能找出作用力的大小，不需要用到微積分。

如圖 6 簡示牛頓的「PQRST 公式」。假設一個行星原來的位置在 P 點，如果沒有受到太陽 S 的作用力，這個行星就會沿著 PR 線段(橢圓在 P 點的切線)等速直線前進，當受到位於橢圓軌道焦點位置 S 點之太陽的作用力，就會沿著橢圓軌道前進到 Q 點。

我們可以把它想像成一個拋體運動類似的問題：物體水平拋出，若在地面，物體不受垂直之 y 方向的力，就會在 x 方向等速前進，若是在空中，物體因爲受到 y 方向重力的作用，前進的軌道就會是向下偏轉的拋物線軌道。

假設在很短的一段時間 Δt 內，物體因爲受到來自 S 點方向重力的作用，前進的軌道就會是向下偏轉距離 $d = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$，其中的加速度 a 乃是因爲受到 F=ma 之力的影響，

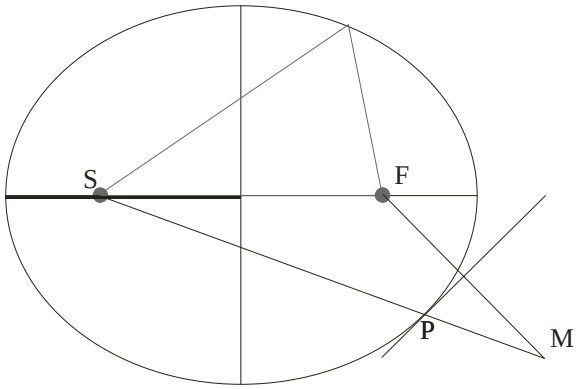

圖 5

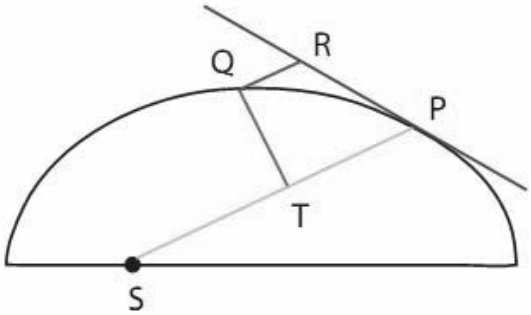

圖 6

因此作用力 $F = 2md/(\Delta t)^2$。如果不知道 m 的大小，我們可以先寫成 $F \propto \dfrac{d}{(\Delta t)^2}$

再根據開普勒第二定律，行星在相同的時間掃過相同的面積，因此上式就可以改寫成 $F \propto \dfrac{d}{(A)^2}$，觀察以上之「PQRST 公式」圖，上式可以改寫成 F $F \propto \dfrac{QR}{(SP \times QT)^2}$

二、實驗要求

(一)如圖 7 以木板的中心做爲橢圓的中心，先繪製一個離心率 ε =0.6 的橢圓，再以同樣的中心繪製兩個不同離心率的橢圓。

(二)選擇其中的一個橢圓，進行下列「PQRST 公式步驟」:

1.慣性路徑：首先選定行星在橢圓軌道上原來的位置 P 點，行星在此處受到來自焦點位置 S 點之太陽的作用力，繪出 P 點的切線(註一)，若行星沒有受到作用力，會沿切線等速前進。

2.未來位置：選擇在一段短時間 Δt 後行星在橢圓軌道上的位置 Q 點。

3.偏移線：從 Q 點繪製與 SP 線段平行的偏移線，令此偏移線線與 P 點切線的交點爲 R 點，測量偏移線段 QR。

4.時間線：從 Q 點繪製與 SP 線段垂直的時間線，令其與與 SP 線段的交點爲 T 點，測量線段 QT，此即爲時間三角形之高。

5.測量作用力 F：測量並計算行星在 P 點所受之力 F，其與 $\dfrac{QR}{(SP \times QT)^2}$ 成正比。

6.微積分的極限：在 P 點附近再找其它四個以上之末位置 Q 點(讓 Q 點愈來愈靠近 P 點)，重覆上述步驟，以求出數個作用力 F 與距離 r(即 SP 線段長)的對應值，觀察 F 值的差別是否愈來愈小，推

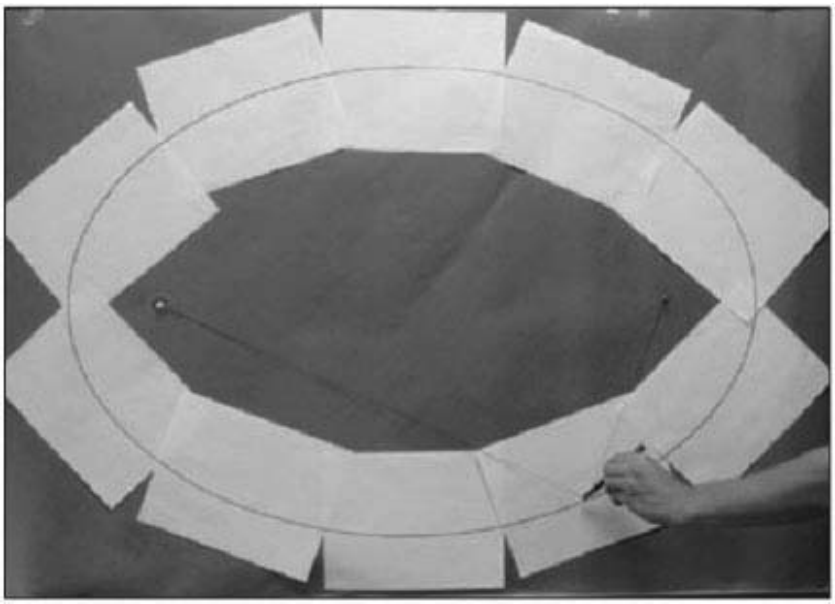

圖 7

表 1

器材(規格)	數量	器材(規格)	數量
木板	1	圖釘	2
釣魚線		白紙	
尺		鉛筆	

導出當 Δt 趨近於 0 (即 Q→P)時精確的作用力 F 與距離 r(即 SP 線段長)的對應值。

(三)另外在橢圓軌道上找數個不同之原來位置 P 點，重覆上述步驟二之「PQRST 公式步驟」，找出數組精確的作用力 F 與距離 r(即 SP 線段長)的對應值。

(四)運用 Excell 繪製「作用力 F 與距離 r(即 SP 線段長)的關係圖」。並且討論可能的誤差來源。

三、主要器材：(如表 1)

四、預習內容

1. 橢圓定義：數種不同的橢圓定義與繪製方法。
2. 橢圓之離心率。
3. 開普勒行星運動三大定律。
4. 牛頓如何推導出「月亮繞著地球旋轉」與「蘋果以自由落體加速度掉落」，乃是基於同樣的萬有引力。 (Hint:利用陰曆月亮繞地球的週期 T 爲 27.3 天與上題月球和地球的距離爲 3.84×10^{8}m 來推導。)

註一：如何繪出橢圓上任何一點(P)的切線？

從主焦點 S 畫 SP 線段之延長線，使其長度爲 2a(記得 SP+FP=2a)，設端點爲點 M，畫自點 M 連至另一焦點 F 間之線段 MF，取線段 MF 之中垂線，此中垂線會剛好與橢圓交於一點(P 點)，故此中垂線即爲橢圓 P 點之切線。

拾貳、結語

牛頓運動定律和萬有引力(重力)構成力學的兩個主要部份，但萬有引力不易觀測，因此「重力」單元缺乏實驗或活動，高中和大學物理教師通常也只能用採用傳統講述法來教這一章，這使得「重力」這一章，不管是對教師的教學，或是對學生的學習而言，都屬於物理課程裡很沒趣的一章。如果我們在力學的科學史多下一些功夫，回顧牛頓發展的萬有引力定律過程，就可以發現萬有引力並不是孤立的，更不是牛頓坐在蘋果樹下偶然發現的，它是無數人血汗的努力及經驗累積所得來的成果。

本文介紹數個從科學史改編的萬有引力定律活動，讓學生有機會實際動手操作與討論，有如走過一趟精彩的科學旅程，對萬有引力定律的理解也就更爲深入，上課也變得有趣多了。當然這趟旅程會多少包括哥白尼主張太陽爲中心的宇宙觀的論證過程，對人類的思維具有非常重要的意涵。

限於篇幅，本文未介紹刻普勒運三大行星運動定律的教學，但運用同樣的原理，我們也可以設計一些活動，例如製作一個橢圓的軌道車軌道，模擬行星繞日運動，調整橢圓軌道的傾斜角度，造成上坡時減速，坡時

加速，以模擬行星運動，加深學生對橢圓軌道運行的理解。

參考文獻

1. 梁衡(1985)：數理化通俗演義。新竹：理藝
2. 蘇明俊(2004)： 93 年 5 月 5 日月全食，天文教育雙月刊第二期，引自 http://www.tyhs.edu.tw/campus/AE02.pdf
3. Halliday, Resnick, Walker. (2008) Fundamentals of Physics,8th ed.
4. Prentis. Jeffrey, et. al (2007). Elliptical Orbit $\Rightarrow 1/r^2$ Force. The Physics Teacher, Vol. 45, January.
5. Rogers, E.M. (1960). Physics for the inquiring mind: The methods, nature, and philosophy of physical science. Princeton, NJ: Princeton University Press.

奈米微粒巴克球模型製作教學

沈宇哲

國立彰化師範大學　物理系

摘要

一些日子以來，碳納米管和碳納米導線好像吸引了所有的關注。但是，其實我們都不應該忽視另一個很有前途 的碳分子結構——造型獨特的納米巴克球。巴克球這個名稱，是以 Buckminster Fuller 的名字來命名的，它包含了 60 個碳原子。碳原子構成的球形結構分子也俗稱富勒烯球碳(fullerenes)，在富勒烯球碳成員裡，最小的就是巴克球了。這種巴克球能容納 2000 個之多的原子。我們藉由親自動手做巴克球模型，能深刻了解其特殊複雜的結構，在學習上相關領域之科目時，更能體會其表達的內容，學習起來更快速，更有效率。

壹、簡介

巴克球其結構像一顆英式足球，是目前已知對稱性最高的球狀分子，也是第三個被發現的炭同素異形體(allotropic form)。從幾何結構來看，C_{60} 共有 32 個面、60 個頂點、90 個邊。在室溫下呈紫紅色固態分子晶體。他與鑽石一樣不具導電性。由化學性質來看，C_{60} 具有近似石墨的 sp^2 混成軌域，每個碳原子僅與相鄰的三個碳原子鍵結，具有三個 δ 鍵和一個 π 鍵。其碳－碳鍵有兩種長度，分別爲 1.38 埃和 1.45 埃；兩個相鄰六角形所共用的碳－碳鍵較短，接近雙鍵(C=C)的性質(由一個 δ 鍵及一個 π 鍵所組成)，而六角環和五角環共用的鍵較長，接近單鍵(C=C)的性質[5] 。C_{60} 的化學性質相當穩定，即使在時速高達二萬四千公里的速度下撞擊鋼板也不會破裂，若在氮氣中加熱其晶體至 550℃則會昇華。

巴克球有不同的大小型體，因此在數學上，必須有 12 個五角環才能組成一個封閉結構，最小的結構是 C_{60}。此外還有 C_{70} 以及 C_{100} 至 C_{300} 純碳分子。由於其成分、構造及性質獨特，將來在生醫、半導體、光電、磨潤等應用有很大的發展。

鑒於巴克球獨特的結構，具有能與光、