

海浪發電之理論計算

周鑑恆

萬能科技大學 光電工程系

(投稿日期：民國 100 年 11 月 28 日，修訂日期：100 年 12 月 30 日，接受日期：101 年 01 月 16 日)

摘要：本文提出點吸收式海浪發電之力學理論計算，理論計算的結果顯示：浮體的質量越小，海浪能轉換的效率越大。相關的計算可用於力學教學。

關鍵詞：海浪發電、海浪能轉換器

壹、前言

覆蓋地球表面百分之七十的海洋對於地球之生態、氣候，甚至大氣的成分都有很大的影響。海洋同時也蘊藏著潮汐能、海水溫差、洋流能、波浪能等，這些都是取之不竭，用之不盡的綠色能源。

然而，潮汐發電有選址的限制，造價高昂，既有泥沙淤積問題，又有岸邊設施龐大，影響潮間帶動植物棲地的疑慮。海水溫差發電之相關設備更所費不貲，是否影響海洋生態也是問題。至於洋流發電，發電設備在水下，設置地點也有限，維修成本很高，水下電力傳輸之成本也高。唯獨海浪發電，只要有較大平均海浪能的區域都可設置。

因為太陽輻射加熱大氣而造成風，風吹過海面又形成波浪，因此海浪能可說是濃縮的太陽能。海浪能的優點如下：1、乾淨，零污染，零排放；2、二十四小時日夜連續不斷，

比只有半天日照的太陽能，或間歇的風力穩定，也不受能源市場波動與國際情勢變化的影響；3、海浪能源本身完全免費；4、無土地征收的麻煩，亦無需購買土地之成本；5、若不轉換成電力，海浪能也會以其他自然機制散逸，取用海浪能發電，與原本的自然機制融為一體，對環境、生態完全無害；6、僅需少數工作人員操作；7、能源需求大的冬季，恰好也是海浪能較大的時期。而全世界許多大城市都在海邊。

台灣四面環海，海岸線長達 1448 公里，周邊海域波濤起伏終年不歇，海洋能不啻為台灣的在地能源。即使只開發百分之一，初步估計也有高達 10 萬 kW 的發電規模¹。

貳、研究動機

海浪發電系統也稱為海浪能轉換器 (Wave Energy Converter; WEC)，通常包括「取

能裝置」以及「轉換裝置」兩部分。海浪對取能裝置作功，就將能量轉換給取能裝置，取能裝置的主要功能是獲取海浪能；轉換裝置則將獲得的海浪能再轉換成其他形式的機械能或電能。

歐洲海洋能源中心(European Marine Energy Center)將現有取能裝置分類成六種型式²與其它：1 水柱振盪式(oscillating water column)、2 越頂式(overtopping device)、3 波浪衰減式(attenuator)：其中最負盛名的是英國 Pelamis Wave Power 公司的海蛇裝置(Pelamis)、4 點吸收式(point absorber)：各種海面上的浮體，受到來自各方的海浪推動而上下運動，獲取海浪能。此類取能裝置有多種型式，代表作是美國 Ocean Power Technologies 公司的 Power Buoy、5 浪湧擺盪式(oscillating wave surge converter)、6. 沉潛壓差式(submerged pressure differential)：7. 其它：還有些特殊的設計所使用的原理不容易歸類。

雖全球有數十家公司殫精竭慮，但至今為止，除了少數示範性海浪發電廠之外，全世界還沒有真正商業化運轉的海浪發電系統。號稱可以商業運轉的海蛇裝置(Pelamis)發電原型機，因為技術問題，先是機器停止運作，接著投資者之一宣告破產，此計畫終於停擺。

問題在於，各種取能裝置未能有效獲取海浪中的能量，在將機械能傳遞給各種發電機發電的過程中，能量損耗太大、啟動條件嚴苛、發電成本於是顯得太高。

雖然海浪發電之實驗與測試儀器相當昂貴，作者的實驗室並無此龐大經費裝設，但即使經費不足，也能建立適當的模型，並進行計算，一方面大致理解海浪發電系統的限制與研發方向，一方面能向學生示範科學研究的基礎工作之一——理論計算，而相關

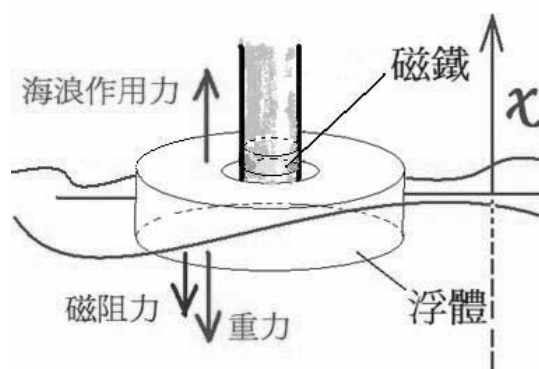


圖 1：海浪作用力加上重力的淨力為 $F(t)$ ，磁阻力大致與浮體速度成正比，即： $F_{md} = -\beta \frac{dx}{dt}$ 。

的計算又與力學密切關聯，頗具物理學教學價值。

參、點吸收式的海浪發電

首先假設點吸收式的海浪發電機，由不動的磁鐵與隨波上下起伏的浮體（浮體上附設感應線圈）所構成，如圖 1 所示。爲了詳細分析浮體受力的情形，茲分三部分加以討論，細節如下：

一、海浪作用在浮體上的力為何？

本文強調以下幾點，以便讀者理解：爲什麼在波動的海面，海水的動態“浮力”（“動態海水”的浮力已不完全遵守阿基米得原理）與重力的合力，可以只寫成時間的正弦函數。

（一）談到物體在水中的運動情形，許多人想到教科書上的一個習題，也就是類似密度計那樣的圓柱狀物體，浮心比重心高，穩定浮在水中，將其稍壓入水深些，再放手，忽略水的阻力，此圓柱狀物體就會發生簡諧運動。如果『忽略水的阻力、不考慮磁阻力與

海浪造成的力的情形下』，本文的浮體受力情形也如此，該浮體所受重力與浮力的淨力，具有恢復力的數學形式；普物課本中都常有此類習題。亦即海水平靜不動，浮體受浮力和重力，但浮體本身上下移動時，因為吃水深度不同，所受的淨力為恢復力的形式，即 $F_{net} = -kx$ ； $k = S\rho g$ …………… (1)

k 與浮體定值的橫截面 S 、重力加速度 g 與水的密度 ρ 有關。

運動方程式即為：

$$m\ddot{x} = -kx$$

$$\Rightarrow \ddot{x} = -\frac{k}{m}x = -\omega_n^2 x \dots\dots\dots (2)$$

浮體作簡諧運動，給定初始條件，若解答為 $x(t) = A \cos(\omega_n t)$ …………… (3)

其中 $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{S\rho g}{m}}$

$$\Rightarrow m\ddot{x} = F_{net} = -kx = -kA \cos(\omega_n t) \dots\dots\dots (4)$$

亦即：

$$\Rightarrow m\ddot{x} = -kA \cos(\omega_n t) \dots\dots\dots (5)$$

此時淨力也隨時間變化，由(5)式可見：淨力是驅使力的數學形式，隨時間變化，而沒有了恢復力，並不突兀。但本文所述之浮體質量 m 很小， S 很大，此振動的自然角頻率 ω_n 遠大於海浪振(驅)動的角頻率。

只是此情形，海面並沒有升降，而是浮體升降造成淨力改變。此時沒有驅使的外力，但淨力的形式也是時間的正弦函數。

(二) 如圖 2 所示，將水裝在燒杯中，燒杯上下移動(模擬海浪)，如果使浮體運動的軌跡與加速度完全與上述的課本習題相同。(這一定能辦得到，因為浮體運動的軌跡是來回經過某平衡點的運動，但此時海面起伏，由

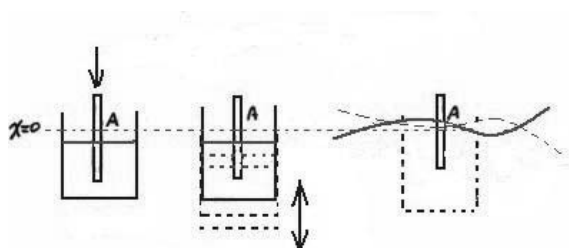


圖 2：左側燒杯與其中的水都不動，物體穩定浮在水中，將其稍壓入水深些，再放手，它就會簡諧震動。中間的燒杯中有水，燒杯中與其中的水上下運動，可模擬右側之海浪波動。

海水的力量與重力決定浮體所受的淨力)，則在上下移動的燒杯中的浮體所受的淨力必然是：

$$m\ddot{x} = F_{net} = -kA \cos(\omega t) \dots\dots\dots (5)$$

如果在上下移動海浪中的浮體運動的軌跡與加速度完全與上述的課本習題相同，浮體所受的力亦然是：

$$m\ddot{x} = F_{net} = -kA \cos(\omega t) \dots\dots\dots (6)$$

值得注意的是，此時海水的力量是如何產生的？此時將物體所受之海水的力量，主要因海浪高低與速度決定，與物體離開平衡點的位移關係不大(與物體離開平衡點的位移有關係的力，即所謂恢復力)，物體高度 x 大於零時，物體所受的力可能仍然向上，此時再硬要採用無浪時恢復力型式的浮力，就不合理了。

(三) 總體而言，海水的力量，是藉海面起伏和海水衝擊而使浮體受到“浮力”。此時這“浮力”已不完全遵守阿基米德原理，因為阿基米德原理要在水靜止時才能導出，海水向上加速時“浮力”也許大些，海水向下加速時“浮力”也許小些。此外，浮體吃水深度與浪高也會影響“浮力”。浪高變化遠大於吃水深度的變化。

在有浪的情形下，也是“浮力”加上重

力等於合力，此合力就是與海浪運動有關的函數，也許是較複雜的週期函數，所以將其作傅立葉展開：

$$F_{net} = \sum_j A_j \cos(\omega_j t + \alpha_j) ; \omega_j \ll \omega_n \quad (7)$$

(四) 此外，如果浮體是個大的重型船，因為浮力和重力遠遠大於浪造成的力，所以可以將浪的力量視為微擾；而大的重型船的各種晃動的頻率，才會低到與海浪波動的頻率接近。但此並非本文討論的情形。在船舶設計時，一開始就使得浪的作用力越小越好(相對而言)，以求船隻平穩；但本文之設計，要浪對浮體的影響越大越好，以求浪的能量轉換到浮體上。設計浮體時，決不可以使得浪的作用力成為微擾，相關計算時，浪的作用力就絕不可視為微擾。

二、感應電流作用在浮體上的力為何？

在實驗與理論上，只要用如圖 3 所示的構造，就可使浮體所受的磁阻力(magnetic damping)大致與浮體速度成正比，其中磁場分布不太重要。但筒狀鋁片中之感應電流，其能量直接就在鋁片中消耗了³。

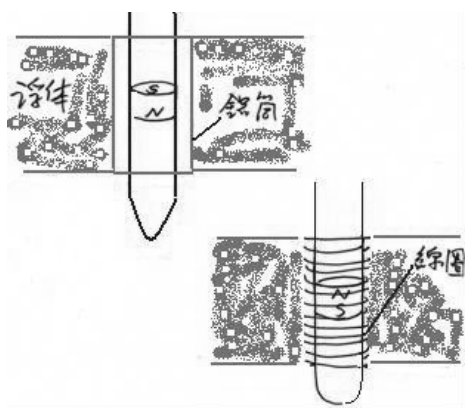


圖 3：在實驗上很容易做到磁阻力(magnetic damping)大致與浮體速度成正。在實際設計線性發電機時，情形會較圖中的情形更加複雜。但假設磁阻力成正於浮體速度，是合理的。

若鋁片改成感應線圈，若發電機的感應線圈加上發電機的負載(發電機的負載與如何儲存電力或輸出電力有關)之等效電阻，使感應電流正比於感應電動勢時，且感應線圈在適當區間振動時，磁阻力就會大致與浮體的速度成正比。磁阻力與浮體速度成正比，即可以是相當好的逼近。

此問題答案的重點不完全在於磁場的分布，發電機的負載更為重要。為簡化求出解析解，作者選擇最簡單，但實驗上可以做到，理論上合理的假設，即磁阻力大致與浮體速度成正比。

雖然實際工程上儲存電力或輸出電力可能複雜化磁阻力，亦即磁阻力與浮體速度的關係更為複雜。

三、運動方程式與計算

已知海浪的作用力加上重力對浮體的淨力為 $F(t)$ ，此淨力對浮體作的功，就等於海浪對浮體作的功。因為重力位能的變化也源於海浪的作用，浮體上下晃動，平均位移量為零，方向與大小均不變的重力所作的功，在一段相當長的時間中必然為零。

隨時間複雜變化的淨力為 $F(t)$ ，可以傅立葉級數展開：

$$F(t) = \sum_j A_j \cos(\omega_j t + \alpha_j) \dots \dots \dots (8)$$

其中， A_j 是分量大小， ω_j 為該分量的角頻率， α_j 是該分量的相位角。忽略海水之黏滯力，假設發電機負載造成的磁阻力(magnetic damping)大致與浮體速度成正比，亦即：

$$F_{md} = -\beta \frac{dx}{dt} = -\beta v \dots \dots \dots (9)$$

其中， β 為比例係數。則浮體的運動方程式為：

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} = F(t) = \sum_j A_j \cos(\omega_j t + \alpha_j) \quad (10)$$

爲了使用相量法(phasor method)，(3)式可改寫爲：

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \beta \frac{dx}{dt} = F(t) = \sum_j A_j e^{j\alpha_j} e^{j\omega_j t} \quad (11)$$

令

$$x(t) = \sum_j X e^{j\omega_j t} \quad \dots\dots\dots (12)$$

代入(4)式後，求下式之解，

$$(-m\omega_j^2 + j\omega_j\beta)X = A_j e^{j\alpha_j} \quad \dots\dots\dots (13)$$

求出X之後，運動方程式的解可寫成：

$$x(t) = -\sum_j A_j \frac{1}{\sqrt{m^2\omega_j^4 + \beta^2\omega_j^2}} \cos(\omega_j t + \alpha_j + \Phi_j) \quad \dots\dots\dots (14)$$

其中， $\tan \Phi_j = \frac{\beta}{m\omega_j} \quad \dots\dots\dots (15)$

則浮體的速度爲：

$$\dot{x}(t) = \sum_j \frac{A_j}{\sqrt{m^2\omega_j^2 + \beta^2}} \sin(\omega_j t + \alpha_j + \Phi_j) \quad \dots\dots\dots (16)$$

因此，海浪對浮體作功的功率(power)爲：

$$P_{Wave}(t) = \dot{x}(t) \cdot F(t) = v(t) \cdot F(t) = \sum_j \sum_k \frac{A_j A_k}{\sqrt{m^2\omega_j^2 + \beta^2} \sqrt{m^2\omega_k^2 + \beta^2}} \sin(\omega_j t + \alpha_j + \Phi_j) \cos(\omega_k t + \alpha_k) \quad \dots\dots\dots (17)$$

根據(8)式，

$$\sin \Phi_j = \frac{\beta}{\sqrt{m^2\omega_j^2 + \beta^2}},$$

$$\cos \Phi_k = \frac{m\omega_k}{\sqrt{m^2\omega_k^2 + \beta^2}} \quad \dots\dots\dots (18)$$

(10)式可以重寫成：

$$P_{Wave}(t) = \sum_j \sum_k \frac{A_j A_k}{\sqrt{m^2\omega_j^2 + \beta^2} \sqrt{m^2\omega_k^2 + \beta^2}} \sin(\omega_j t + \alpha_j + \Phi_j) \cos(\omega_k t + \alpha_k + \Phi_k - \Phi_j) = \sum_j \sum_k \frac{A_j A_k}{\sqrt{m^2\omega_j^2 + \beta^2} \sqrt{m^2\omega_k^2 + \beta^2}} \sin(\omega_j t + \alpha_j + \Phi_j) (\cos(\omega_k t + \alpha_k + \Phi_k) \cos \Phi_k + \sin(\omega_k t + \alpha_k + \Phi_k) \sin \Phi_k) = \sum_j \sum_k \frac{A_j A_k m \omega_k}{\sqrt{m^2\omega_j^2 + \beta^2} \sqrt{m^2\omega_k^2 + \beta^2}} \sin(\omega_j t + \alpha_j + \Phi_j) \cos(\omega_k t + \alpha_k + \Phi_k) + \sum_j \sum_k \frac{\beta A_j A_k}{\sqrt{m^2\omega_j^2 + \beta^2} \sqrt{m^2\omega_k^2 + \beta^2}} \sin(\omega_j t + \alpha_j + \Phi_j) \sin(\omega_k t + \alpha_k + \Phi_k) \quad \dots\dots\dots (19)$$

轉換成電能的功率爲：

$$P_{Electricity}(t) = \beta \dot{x}(t) \cdot \dot{x}(t) = \sum_j \sum_k \frac{\beta A_j A_k}{\sqrt{m^2\omega_j^2 + \beta^2} \sqrt{m^2\omega_k^2 + \beta^2}} \sin(\omega_j t + \alpha_j + \Phi_j) \sin(\omega_k t + \alpha_k + \Phi_k) \quad \dots\dots\dots (20)$$

而浮體動能的變化可表示爲：

$$\frac{dK}{dt} = \frac{d\left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2\right)}{dt} = m \dot{x} \cdot \ddot{x} = \sum_j \frac{A_j}{\sqrt{m^2\omega_j^2 + \beta^2}} \sin(\omega_j t + \alpha_j + \Phi_j) \times \sum_k \frac{A_k \omega_k m}{\sqrt{m^2\omega_k^2 + \beta^2}} \cos(\omega_k t + \alpha_k + \Phi_k) \quad (21) = \sum_j \sum_k \frac{A_j A_k m \omega_k}{\sqrt{m^2\omega_j^2 + \beta^2} \sqrt{m^2\omega_k^2 + \beta^2}} \sin(\omega_j t + \alpha_j + \Phi_j) \cos(\omega_k t + \alpha_k + \Phi_k)$$

比較(11)式、(13)式、(14)式，即得：

$$P_{Wave}(t) = P_{Electricity}(t) + \frac{dK(t)}{dt}, \quad \dots\dots\dots (22)$$

也就是說，就每一個瞬間而言，海浪所做功的功率，等於轉換爲電力的功率與轉換爲動能之功率的總和。

海浪在相當長時間間隔 T 中對浮體所作的功(work)爲：

$$\begin{aligned}
 W_{\text{wave}} &= \int_0^T P_{\text{wave}}(t) dt = \sum_j \sum_k \frac{A_j A_k}{\sqrt{m^2 \omega_j^4 + \beta^2} \sqrt{m^2 \omega_k^4 + \beta^2}} \frac{1}{2} \sin(\Phi_j) \delta_{jk} T \\
 &= \sum_j \frac{A_j^2 \beta}{m^2 \omega_j^2 + \beta^2} \left(\frac{1}{2} T\right) \\
 &\dots\dots\dots (23)
 \end{aligned}$$

在長時間間隔 T 中轉換成電能的功為：

$$\begin{aligned}
 W_E &= \int_0^T \beta \dot{x} \cdot \dot{x} dt \\
 &= \int_0^T \sum_j \sum_k \beta \frac{A_j}{\sqrt{m^2 \omega_j^2 + \beta^2}} \frac{A_k}{\sqrt{m^2 \omega_k^2 + \beta^2}} \sin(\omega_j t + \alpha_j + \Phi_j) \sin(\omega_k t + \alpha_k + \Phi_k) dt \\
 &= \sum_j \frac{A_j^2 \beta}{m^2 \omega_j^2 + \beta^2} \left(\frac{1}{2} T\right) \dots\dots\dots (24)
 \end{aligned}$$

即海浪在長時間間隔 T 對浮體所作的功，等於轉換成的電能。

根據 (23)、(24) 式，可得兩項重要結論：

(一) 浮體質量 m 越小，長時間間隔 T 轉換成的電能越多。

(二) 當 $\beta = m\omega_j$ 時，長時間間隔 T 轉換成的電能有極大值。當然，值得注意的是，實際的發電機因發電而造成的磁阻力，不見得完全與速度成正比，也不見得總是維持定值。

根據計算結果，作者刻意減輕浮體的質量，設計一種創新的點吸收式海浪發電系統，成功發出電力。此海浪發電系統主要的構造有^{4,5,6}：(1) 浮柱 (2) 平台 (3) 磁鐵 (4) 浮體和線圈。因為 1. 細長浮柱垂直伸入海中，當海浪通過時，浮柱受到的浮力變化不大，所以不易晃動支架平台。2. 房屋、風車發電、太陽能發電、海浪發電、淺層低溫冷卻系統、質量大的物件均置於海上平台上，使支架平台之轉動慣量和質量極大化，以致於支架平台不易晃動。3. 浮柱在支架平台四周，即使支架平台稍有晃動，在幾何形狀中心置放的磁鐵幾乎不會晃動。所以，浮體很容易與安裝在平台上的磁鐵有相對運動。

為了減輕質量，此浮體上就只有感應線

圈，以使其質量盡可能較小，浮體質量極小化，隨機波動的海水，很容易對很輕的浮體作功，使浮體有效率地獲得海水的能量，提高海浪能轉換的效率。

肆、物理教學上的應用

受迫阻尼振動是力學中一個非常重要的主題。大多數學生常常一時無法理解這現象的細節和相關理論計算的確實意義。因為在處理這個問題的過程中，需要用相量法 (phasor method) 來解微分方程，必須先建立一個複數的微分方程，大部分學生因此更感困惑，初學者很難想像為什麼真實的力學現象會與虛數有關。

本文的計算與典型的受迫阻尼振動的不同之處是，作為海浪發電系統取能裝置的浮體不受恢復力 (restoring force)，但本文的計算與受迫振動的計算相似，都用相量法來解微分方程。

本文主題可謂是另一個受迫振動的例題，既具有研究海浪發電的價值，又呈現一個與教科書中受迫阻尼振動互相比較的難得實例，以便學生熟悉如何使用「相量法」和了解受迫振動現象。

浮體計算的重要和有趣的結果如下：

(一) 當浮體的質量越小，振動的幅度就越大，海浪能對浮體所作的功也越大。

(二) 海浪施加在浮體上的力量的角頻率越小，浮體振動的振幅就越大。這一點不同於受迫阻尼振動。因為受迫阻尼振動多了恢復力，當外力的角頻率近乎所謂的共振頻率，受迫阻尼振動的振幅才變得特別大；當外力的角頻率近乎零或太大時，振受迫阻尼振動的振幅又變小。

(三) 在任何一瞬間，受迫阻尼振動的系統中外力所做的功等於，回復力位能和振子動

能的變化量以及因阻泥力而消散的能量的總和。但是，本文章所提的情況則是，海浪所做的功變成浮體的動能變化量和因發電而消散的能量。

（四）平均一段夠長的時間，受迫阻尼振動系統中外力所做的功，就等於最終以熱消散的能量。同樣的，平均一段足夠長的時間，海浪對浮體做功的系統中，海浪所做的功就全部轉換成電力。

（五）在頻率等於共振頻率，振幅最大時，受迫阻尼振動轉換成熟的功率最大。在本文的海浪發電中，磁阻力須適當配合浮體的質量和海浪施力的頻率，浮體的振幅才會最大，轉換成電力的能量也最大。

比較本文討論浮體振動的結果與一般教科書中受迫阻尼振動的結果，學生可以更理解數學計算的細節與所得結論的實際意義，並且比較物理直觀的結論與計算結果相符之處，而更有信心使用相關數學技巧。

伍、結論

點吸收式的海浪發電系統之理論計算，可與教科書中受迫阻尼振動並陳，有助於力學之教學。

理論計算的結果顯示：海浪發電系統之浮體的質量越小越好；而發電造成的磁阻尼力，須適當配合浮體的質量和海浪力量的頻率，才能最佳化海浪發電的效率。

實務上，多個海浪發電系統可結合風力、太陽能發電系統，形成陣列，共同提供穩定電力。同時依需要安排海浪發電系統陣列的大小和形狀，發揮防波堤和防風林的功能，形成風平浪靜而可多元應用的海域空間。海浪發電系統設置在近海上，不在岸上，不會破壞生態與海岸環境，非常可行、實用。

參考文獻

1. 北台灣科學技術學院、國立中央大學能源科技人才培育資源中心主辦之 2011 全國新興能源暨綠色能源專題創意競賽中，榮獲銅獎。
2. 周鑑恆、劉源俊、楞次定律 (*Lenz's Law*) 教學裝置之改進，物理教育，2 卷 2 期，1998 年。
3. 周鑑恆，*海浪發電的美好前景*，國語日報第八版科學教室，2011 年 11 月 12 日。
4. 周鑑恆，*海上綠建築*，萬能科技大學第六屆電資科技應用與發展學術研討會，2011 年 12 月 16 日。
5. 徐泊樺、顏志偉。*淺談我國海洋能源之開發前景*，物理雙月刊，29(3)，720-735，2007 年
6. Callaway, E (2007), *Energy: To catch a wave*, *Nature News*, Vol. 450 (7167), pp.156-159。

Theoretical Calculations for Wave Powered Generators

Chien-Heng Chou
Vanung University

Abstract

This paper presents theoretical calculations for wave-powered generators classified as point absorber type. The results of theoretical calculations yield that the wave energy conversion efficiency is greater as the mass of floating body becomes smaller. The relevant calculations can be used for teaching mechanics.

Key words: ocean energy, wave energy converter