

一種新穎簡易的方法測量液體表面張力係數

洪碩成^{1,4*} 吳東翰² 張上仁³

¹ 私立淡江大學 機械與機電工程學系

² 國立台灣海洋大學 系統工程暨造船學系

³ 私立東海大學 工業工程與經營資訊系

⁴ 私立精誠中學

*通訊作者：stevensteven0007@gmail.com

(投稿日期：民國 102 年 11 月 14 日，修訂日期：103 年 01 月 02 日，接受日期：103 年 01 月 03 日)

摘要：本研究目的是利用表面張力、浮力和重力相互平衡的簡單概念，設計一套簡易、便宜、準確度又高的嶄新液體表面張力係數測量裝置。從實驗顯示可得知，當物體與液體的接觸面產生親水性時，可以準確的測量出液體的表面張力係數，且其百分誤差小於 0.5%。液體「內聚力」大小與液體固體表面的「接觸力」，將決定液體與固體接觸的接觸角。一個物體密度大於液體的漂浮體，除了一般所知的表面張力外，還有因液體表面形變所造成的浮力。利用燻黑的玻璃產生碳微粒，造成液體的疏水性，探討液體親水性和疏水性在沉體和浮體時接觸角的變化。親水性的物體，若為漂浮浮體，其接觸面為上凸；若為漂浮沉體，則接觸面為下凹。疏水性的物體，不管事漂浮浮體或是漂浮沉體，其接觸面都是下凹形貌。

關鍵詞：表面張力係數、接觸角、親水性、疏水

壹、前言

一根密度比水大的鐵製細針可以漂浮在水面，但在理化課本中談到物體密度如果大於液體密度，則物體就會沉入液體，這是為什麼呢？一般只知道是液體的表面張力的關係。但一個真正的浮體和浮在水面上的沉體，其表面張力及水面的形貌有何不同？液

體的內聚力是形成表面張力的原因，液體會縮小液面面積的趨勢，在宏觀上的表現即為表面張力現象。表面張力是使液體表面像一張薄板的特性，因此昆蟲可以在水面上行走，也使得小物體，甚至金屬如針頭，刀片，或錫箔碎片，可以漂浮於水面上。

表面張力決定了液體與物體之間的接觸角，但表面張力為液體特性，各種液體之表

面張力大小相差很大，測定液體表面張力方法有許多種，常見的有毛細管上升法、懸滴法、平板法、掛環法等。其中掛環法是一般實驗室常用的方法，這是測量表面張力的古典方法，用一個初始浸在液體的環從液體中拉出一個液體膜，同時測量提高圓環的高度所需要施加的力，就可得到表面張力係數。這裡我們提供一種簡易的方法測量液體的表面張力係數，就可以簡單計算出表面張力係數。爲了探討物體表面親水性和疏水性在沉體和浮體時接觸角的變化。利用奈米科技的蓮葉效應，將燻黑的玻璃產生碳微粒，造成物體表面的疏水性，探討親水性或疏水性的漂浮浮體或是漂浮沉體的接觸面形貌。

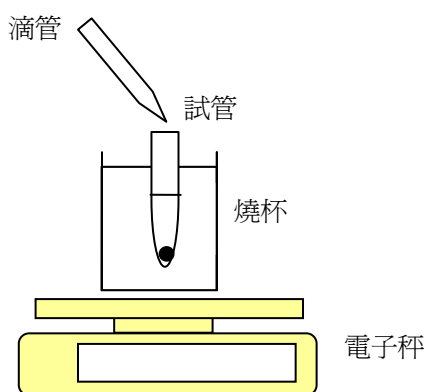
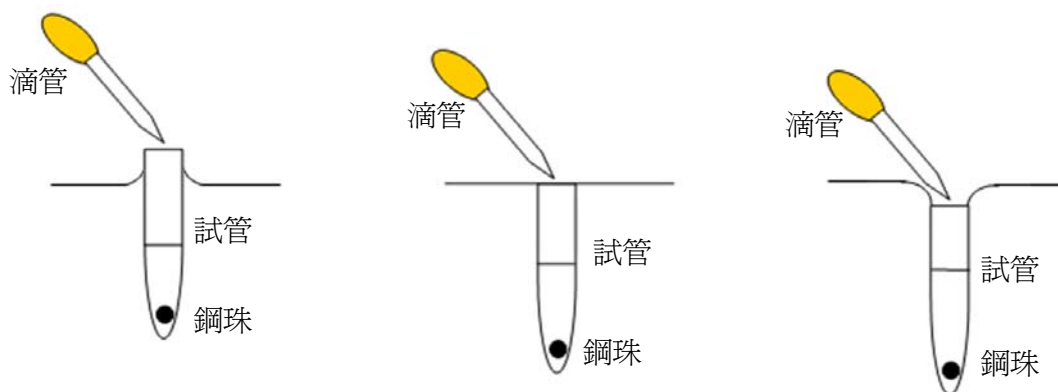


圖 1：測量液體表面張力係數實驗設計示意圖



(a) 試管整體密度 < 液體密度 (b) 試管整體密度 = 液體密度 (c) 試管整體密度 > 液體密度

圖 2：測量液體表面張力係數量測程序

貳、原理及實驗設計

一般測量液體表面張力係數都需要複雜的精密儀器設備，也不利於一般生活或教學上使用。我們設計了一種簡單的方法來測量液體的表面張力係數，只要利用簡單又便宜的設備，就可以得到整個量測目的。實驗設計示意如圖1所示：

燒杯中裝待測液體（密度 D ），將試管內裝入小鋼珠（在試管內放入小鋼珠以利維持平衡），並裝一點待測液體後，放在燒杯待測液中，讓試管浮在待測液上，如圖2a。然後將燒杯放在電子秤上，用滴管慢慢將液體滴入試管中（此步驟滴管管口盡可能接近試管內液體表面，減少將液體滴入試管時，試管晃動所造成的實驗誤差）。當試管管口與液面成水平（無上凸或下凹），如圖2b，將電子秤歸零；然後再慢慢將液體滴入試管中，直到試管沉入液體中，如圖2c，記錄電子秤的讀數（即爲歸零後所滴入試管的水重量）。

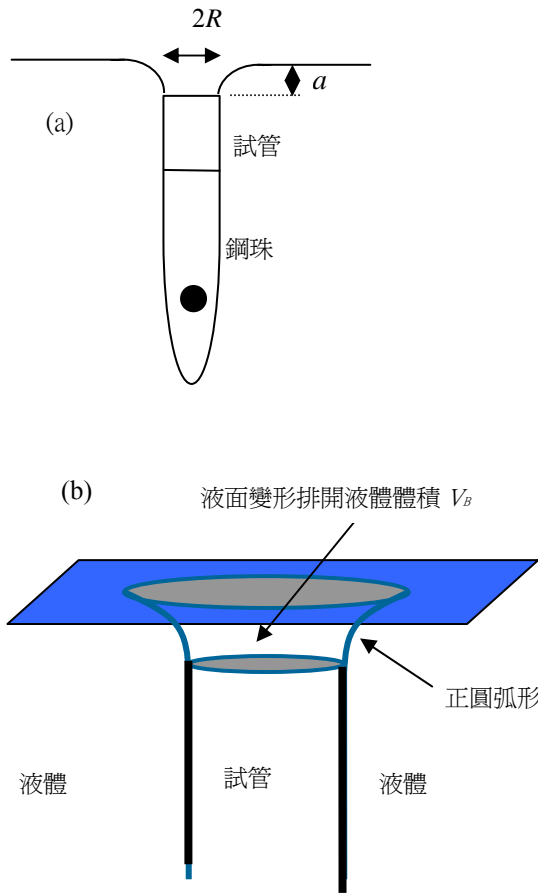


圖3：測量 (a) 液體表面張力係數之參數，(b) 實驗中正圓弧形及液面變形排開液體體積 V_B

當試管管口與液面成水平(無上凸或下凹)後至下沉時所滴入的液體重量為 F_g ，這個重量剛好等於鉛直的表面張力 F_r 加上所排開液體的體積的浮力 F_B ，由淨力平衡可得方程式：

$$F_g = F_r + F_B \quad (1)$$

其中液面水平歸零後滴入的液體重量 $F_g = mg$ ；試管剛好要下沉時的表面張力方向是垂直向上，所以作用在試管邊緣的表面張力 $F_r = 2\pi R\gamma$ ，其中 γ 為表面張力係數。當試管下沉時，造成液面變形，如圖 3(a)和(b)所示，造成排開液體體積所造成的向上浮

力。為了計算所排開液體的體積，我們簡化液體形變的形貌為正圓弧形，正圓弧形的方程式為：

$$[\sqrt{x^2 + y^2} - (R + a)]^2 + z^2 = a^2,$$

其中試管半徑 R ，當試管剛好要下沉時高為 a ，我可以用套裝軟體 MAPLE 幫我們積分，所以液面變形排開液體體積 V_B 為：

$$\begin{aligned} V_B &= \iiint_V dx dy dz \\ &= \int_0^a \pi[(R + a) - \sqrt{a^2 - z^2}] dz \\ &= \pi R^2 a + [(2 - \frac{\pi}{2})R + (\frac{5}{3} - \frac{\pi}{2})a] \pi a^2 \sim \pi R^2 a \end{aligned}$$

$$F_B = V_B Dg = \pi R^2 a Dg + [(2 - \frac{\pi}{2})R + (\frac{5}{3} - \frac{\pi}{2})a] \pi a^2 Dg \sim \pi R^2 a Dg$$

實驗時使用的試管半徑 $R \gg a$ ，所以排開液體形變的體積只要算半徑 R 的高度的圓柱體積就可以。將 F_g 、 F_r 、及 F_B 代入(1)式就可以算出的表面張力係數 γ 為：

$$\begin{aligned} \gamma &= \{6mg - 6\pi R^2 a Dg - [(12 - 3\pi)R + (10 - 3\pi)a] \pi a^2 Dg\} / 12\pi R \\ \gamma &\sim (mg - \pi R^2 a Dg) / 2\pi R \quad (2) \end{aligned}$$

實驗時，將裝有待測液體的燒杯放到電子秤的秤台上，然後將試管放入溶液上，為讓試管穩定漂浮，試管中放一小鐵珠。將待測液體緩慢的滴入試管中，直到試管管口與水面成水平。當水面成平狀態後，把電子秤歸零，再慢慢滴入待測溶液於試管中，當試管沉入水中的瞬間，記錄電子秤顯示的量值。其間利用USB顯微射影機照相(如圖4)，得到試管下沉瞬間的高度 a ，代入公式 (2) 後即可得到表面張力係數 γ 。而高度 a 的算法是透過簡易電腦尺規程式測量試管下沉瞬間的照片，利用簡單的比例法(照片中試管外直徑:試管實際外直徑=照片中下沉高度 a :實際下沉高度 a)，測量得到試管下沉瞬間的高度 a 。

我們測試了純水、酒精、及甘油的表面張力係數，並與參考書籍的標準值作比較(純水的表面張力係數標準值 $\gamma = 72.77 \times$

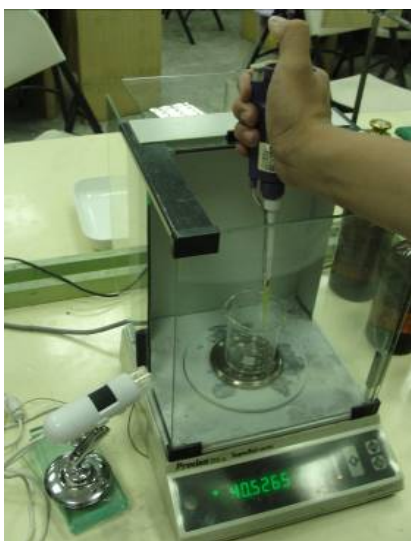


圖 4：滴管滴入液體所測得增加的重量，使用 USB 顯微射影機照相機，得到試管下沉瞬間的高度 a 。

10^{-3} N/m、酒精標準值 $\gamma = 22.16 \times 10^{-3}$ N/m、及甘油標準值 $\gamma = 63.1 \times 10^{-3}$ N/m)，測量三次所得的純水、酒精、及甘油的表面張力係數平均值分別為 72.58×10^{-3} 、 22.26×10^{-3} 、 62.82×10^{-3} N/m。測量值與標準值的差異之百分誤差皆在 0.5% 之內。

本實驗只要得到滴入試管內的液體重量及試管下沉的高度 a ，我們就可以計算出表面張力係數。本實驗利用的原理大多為高中物理課本的概念，表面張力、浮力、力平衡的相關應用。所需器材皆是實驗室很好取得的，且用到的原理也是簡單的概念-力平衡。

參、測量密度不同的漂浮體其密度與接觸角的關係

從公式(1)、(2)可知，玻璃試管與液體的接觸角大小會影響 F_γ 的分量及 F_B 的近似計算，所以我們需瞭解試管是親水性或疏水性，試管下沉時液面形貌的變化情形。

表1：室內溫度為20度時，測試了純水、酒精、及甘油的表面張力係數。(各種液體的表面張力係數標準值：純水 $\gamma = 72.77 \times 10^{-3}$ N/m、酒精 $\gamma = 22.16 \times 10^{-3}$ N/m、甘油 $\gamma = 63.1 \times 10^{-3}$ N/m)。

水密度 D: 1 g/cm^{-3}	第一次 測量	第二次 測量	第三次 測量
滴入液體的重量(g)	0.66	0.69	0.67
試管下沉距離 a (cm)	0.25	0.26	0.25
表面張力 γ ($\times 10^{-3}$ N/m)	71.19	74.33	72.21

酒精密度 D: 0.8 g/cm^{-3}	第一次 測量	第二次 測量	第三次 測量
滴入液體的重量 (g)	0.22	0.21	0.19
試管下沉距離 a (cm)	0.085	0.085	0.087
表面張力 γ ($\times 10^{-3}$ N/m)	23.76	22.60	20.43

甘油密度 D: 1.26 g/cm^{-3}	第一次 測量	第二次 測量	第三次 測量
滴入液體的重量 (g)	0.56	0.60	0.58
試管下沉距離 a (cm)	0.078	0.077	0.076
表面張力 γ ($\times 10^{-3}$ N/m)	60.30	64.62	63.54

首先我們定義接觸角，液體「內聚力」大小與液體與固體表面的「接觸力」將決定液體與固體接觸的接觸角，當液體對容器壁的接觸面有親水性時，液面與物體造成上凸現象(接觸力大於內聚力)，其接觸角為 $0 < \theta < 90$ ，如下左圖。若與液體對容器壁的接觸面有疏水性時，液面與物體造成下凹的現象(接觸力小於內聚力)其接觸角為 $90 < \theta < 180$ ，如圖5：

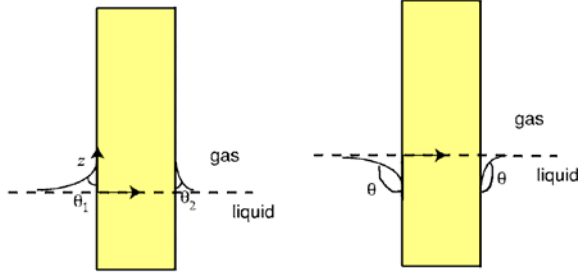


圖 5：液體與固體接觸面接觸角的定義

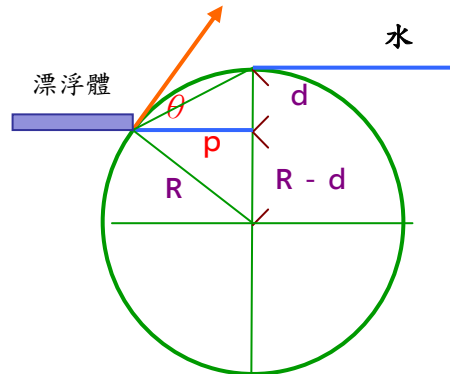


圖6：漂浮體接觸角的計算圖示

一般玻璃對水有親水性，其接觸角在 $0 < \theta < 90$ ，利用蠟燭燻黑玻璃所產生的碳微粒，造成液體與接觸面具有疏水性，其接觸角為 $90 < \theta < 180$ 。我們將探討在液體親水性和疏水性在沉體和浮體時接觸角的改變關係。

(一) 親水性

為了觀察漂浮體和沉體時接觸角的變化，重複實驗一的步驟，分別測量液體水和酒精。以水為例，將試管裝水，裡面放入小鋼球使其容易穩定浮在水面上，以滴管慢慢將水滴入試管中，讓試管整體密度慢慢增大，密度由小於 1 到大於 1，然後沉到水面下。實驗過程以顯微照相機照相，直到承受不住試管整體重量後沉到水裡。將相片處理後，用比例法和曲率半徑後，並帶入公式：

$$p^2 + (R - d)^2 = R^2$$

$$\rightarrow (p^2 + d^2)/2d = R$$

$$\sin\theta = (R - d)/R = (p^2 - d^2)/(p^2 + d^2)$$

$$\rightarrow \theta = \sin^{-1}[(p^2 - d^2)/(p^2 + d^2)] \quad (3)$$

如此可推算出接觸角 θ 。(如圖6)

為了瞭解在不同密度物體與水的接觸角關係，在試管中慢慢地滴入水滴，則試管整體密度也慢慢增加，結果如圖7，對親水性的物體，當物體密度小於液體密度，其液體接觸面成上凸面，接觸角小於90度。當物體密度與液體密度相同時，也就是試管的密度是1時，其接觸角剛好為90度，試管邊緣與液面

成水平(無上凸或下凹)。當試管密度大於液體密度時，仍然是一個漂浮體，但液體接觸面成下凹，接觸角大於90度，直到浮力承受不了試管的重量時，就沉入水中。圖8是酒精的結果，當試管密度小於酒精密度時，其液體接觸面成上凸面，接觸角小於90度。當試管密度等於酒精密度0.8時，其接觸角剛好為90度，試管邊緣與液面成水平(無上凸或下凹)。當試管密度大於0.8時，接觸面成下凹，接觸角大於90度，此時試管仍是一個漂浮體。

從圖 7 及圖 8 得知試管下沉時接觸角接近 180 度，所以對 F_γ 於分量及 F_B 的近似計算影響很小

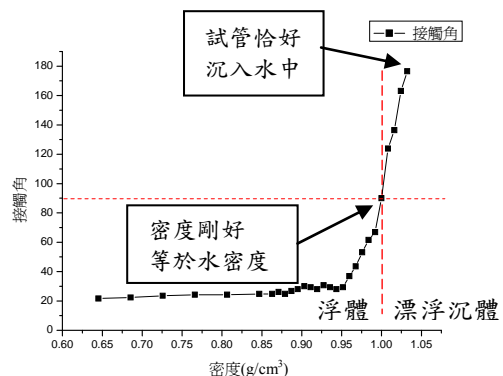


圖 7：試管在不同密度時與水的接觸角的關係

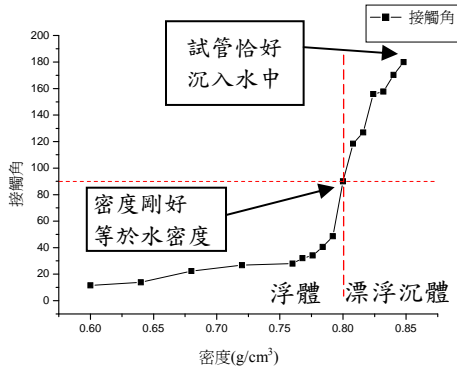


圖 8：試管在不同密度時與酒精的接觸角的關係

於90度。只有當物體密度與液體密度相同時，接觸角剛好為90度，試管邊緣與液面成水平(無上凸或下凹)。



圖 9：用蠟燭燻黑紙杯圖

(二) 疏水性

一般的液體（如水）與玻璃間的接觸面具有親水性上凸的現象，其接觸力大於內聚力。對於液體與固體間接觸力小於內聚力的疏水性下凹現象，教科書中都是觀察水銀和玻璃。奈米科技蓮葉效應使我們想到以蠟燭慢慢燻黑紙杯和試管，使上面附著了碳微粒，來製造疏水性下凹的接觸面。這裡我們利用蠟燭燻黑玻璃所產生的碳微粒，造成液體的疏水性，探討在液體疏水性在沉體和浮體時接觸角的改變關係。



圖 10：燻黑後的紙杯，外面有一層空氣膜。

將紙杯用蠟燭燻黑，如圖9，紙杯杯面上將會有一層碳微粒。放入水中，紙杯表面好像多了一層銀色的空氣膜，如圖10，液體不容易與壁形成上凸面，而有疏水性下凹的現象。為了瞭解疏水性的試管接觸角的變化，將試管以砂紙搓磨後再以蠟燭燻黑，如圖11。重複上面的實驗，以滴管慢慢將水滴入試管中，讓試管整體密度由小於1到大於1，直到試管承受不住試管整體重量後，沉到水裡。實驗過程以顯微照相機照相，代入公式，算出的 θ 即為接觸角。由圖12得到，對疏水性的物體與液體，不管何種物體密度大小的漂浮體，其液體接觸角成下凹面，接觸角皆大





圖 11：用蠟燭燻黑試管管口

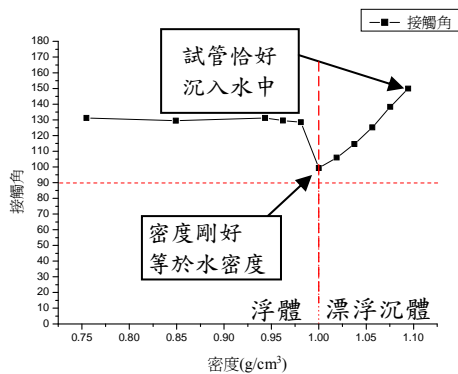


圖 12：燻黑後的玻璃試管在不同密度時與水的接觸角的關係

漂浮浮體和漂浮沉體雖然都浮在水面，但其接觸面的形貌是不一樣的，如圖13，乒乓球(漂浮浮體)與BB彈(漂浮沉體，密度約為 $1.1\text{g}/\text{cm}^3$)都浮在水面上，仔細觀察後可發現，乒乓球密度小於水，與水的接觸面為上凸水面，而BB彈的密度大於水，與水的接觸面為下凹水面，如同鐵製的細針，浮力和表面張力使其浮在水面。

由圖7圖8及圖12得知，不管是親水性或是疏水性的玻璃試管，當試管要下沉的刹那，其液面形貌都相似，故表面張力係數都可以用表面張力、浮力和重力相互平衡的公式(1)、(2)。

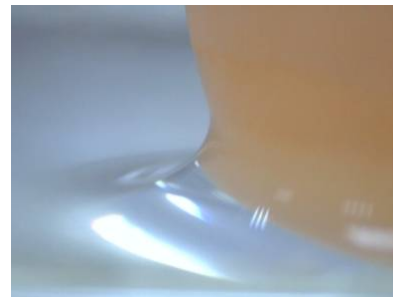


圖 13：乒乓球(漂浮浮體)與BB彈(漂浮沉體，密度約為 $1.1\text{g}/\text{cm}^3$)都能浮在水面上。

肆、結論

一種簡易的方法測量液體的表面張力係數，只要得到滴入試管內的液體重量，及試管下沉的高度 a ，就可以簡單計算出表面張力係數。此方法所使用的工具，皆為實驗室可得的，簡單且準確的測量出液體的表面張力係數。實驗中我們得到一個物體密度大於液體的漂浮體，除了一般所知的表面張力外，還有因液體表面形變所造成的浮力，其貢獻度約佔二十幾個百分比。一般親水性的物體，若漂浮體密度比液體小，即為漂浮浮體，則接觸面為上凸，接觸角在0到90度間；若漂浮體密度比液體大，即為漂浮沉體，則接觸面為下凹，接觸角在90到180度間。疏水性的物體，不管是漂浮浮體或是漂浮沉體，其接觸面都是下凹形貌，接觸角都是大於90度。

參考文獻

1. 表面張力的現象和成因 <http://highscope.ch.ntu.edu.tw/wordpress/?p=1529>
2. 表面張力係數數據
<http://zh.wikipedia.org/wiki/表面張力係數>
3. 柯賢文《科學發展》2007年3月，411期，48~51頁
4. 南一書局 高中物理課本
5. 維基百科全書
http://en.wikipedia.org/wiki/Surface_tension
6. 蔡尙芳《科學教育月刊》第257期，國立台灣大學物理系
7. D.Vella and L. Mahadevan, Am. J. Phys. 73, 817 (2005).

A novel and simple method for measuring liquid surface tension coefficient

Shuo-Cheng Hung^{1,4*} Dong-Han Wu² Shang-Jen Chang³

¹ Tamkang University

² National Taiwan Ocean University

³ Tunghai University

⁴ Chien Cheng High School

*E-mail: stevensteven0007@gmail.com

Abstract

The purpose of this research is to use a simple balance concept of surface tension, buoyancy and gravity. This is a simple, cheap and high accuracy method to measure the surface tension. Both cohesion and surface contact force of liquid will determine the contact angle of a liquid and an object. A simple method to measure surface tension coefficient of liquid will be convenient and accurate. A floating object which its density is more than liquid causes not only the surface tension but also the buoyancy due to liquid surface deformation. A smoked glass with carbon particles causes liquid hydrophobic. We will explore the hydrophilic and hydrophobic fluids related to contact angles, which the objects are either the sink or the buoy. For a hydrophilic object with floating buoys, its contact surface is convex. For a floating sink, the contact surface is concave. For a hydrophobic object, regardless of floating buoys or floating sink, the contact surface will be concave.

Key words: Surface tension coefficient, Contact angle, Hydrophilic effect, Hydrophobic effect

