

## 共振駐波演示實驗

周祥順\* 蘇文伸

國立台灣海洋大學 光電科學研究所

\*通訊作者：hschou@mail.ntou.edu.tw

(投稿日期：民國 103 年 06 月 20 日，修訂日期：103 年 08 月 07 日，接受日期：103 年 08 月 07 日)

**摘要：**我們設計了一個簡易的實驗演示共振駐波現象。我們利用電腦分析金屬棒振動產生聲波的頻譜。手捏金屬棒中間點，敲擊金屬棒，激發波節在中間點的共振駐波模式，包括基頻及三倍頻共振駐波。因此金屬棒產生基音及三倍頻諧音。手捏距端點四分之一棒長處，敲擊金屬棒，激發波節在距端點四分之一棒長處的二倍頻共振駐波。因此金屬棒產生二倍頻諧音。這個實驗可幫助學生瞭解基音與泛音的關係，而且取材容易，操作簡單，數據準確，適合在課堂演示。

**關鍵詞：**共振駐波、基音、泛音

### 壹、前言

共振駐波在許多領域都有重要的應用。例如，樂器發聲、激光原理、及原子結構都與共振駐波有關。高中及大學物理教科書(Benson, 2013)對共振駐波有詳盡的敘述。實驗課也安排了與共振駐波有關的實驗，例如梅爾德實驗及氣柱共振實驗等(國立台灣海洋大學, 2014)。科教場所有許多與共振駐波相關的展示，例如台中國立科學博物館的氣笛(圖 1)與管風琴(圖 2)，以及阿姆斯特丹機場的孔特管(圖 3)等。許多有趣的童玩也是利用共振駐波原理設計的(周祥順, 2012)。

教科書在共振駐波章節均有介紹基音與

泛音的觀念。書中強調:系統的振動是許多不同頻率的共振駐波的疊加。因此樂器發聲並非單一頻率，而是基音與泛音的組合。基音的強度最大，愈高次的泛音強度愈小。儘管這是每一本教科書都強調的觀念，但據作者所知，目前並無簡易的教具可以在課堂上演示這個觀念，學生只能從數學計算建構物理概念。在本文中，作者設計一個簡易的實驗演示共振駐波現象。這個演示可幫助學生瞭解共振駐波產生的機制以及基音與泛音的關係。在第二段，我們簡單介紹共振駐波原理。在第三段，我們介紹實驗設計與實驗結果。第四段為結論。



圖 1：氣笛(國立科學博物館展示模型)



圖 2：管風琴(國立科學博物館展示模型)



圖 3：孔特管(阿姆斯特丹機場展示模型)

## 貳、共振駐波原理

二振幅頻率相同但行進方向相反的波干涉後產生駐波。當駐波產生時，介質上有些點永遠靜止不動，這些點稱為波節。二相鄰波節的中間點振動幅度最大，稱為波腹。駐波不會在空間中行進，只會在原地改變位移的大小。

在無邊界的介質中，駐波頻率可為任意值。但是在有邊界的介質中，只有某些特定頻率的駐波才能存在。以兩端固定的繩子為例，只有當繩長為半波長的整數倍時才可產生駐波，也就是

$$L = n \frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

駐波的頻率為波速除以波長，因此

$$f = \frac{nv}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (2)$$

其中  $v$  為波速。連續系統中的駐波稱為正則模式(Crawford, 1968)。每一個頻率對應到一個正則模式。簡單的振動系統，例如彈簧、鞦韆，只有一個自然頻率。複雜的振動系統，例如細繩、琴弦、金屬棒等，則有許多自然頻率。最低頻率

$$f = \frac{v}{2L} \quad (3)$$

稱為基頻或第一諧波。較高的頻率稱為高次諧波。基頻模式產生的聲音稱為基音或第一諧音。高次諧波模式產生的聲音稱為泛音或高次諧音。用手扭曲琴弦，使其形狀與一個正則模式相同。鬆手後琴弦便以此正則模式的頻率振動。但若撥動琴弦或以弓拉琴弦，琴弦的振動是許多正則模式的組合，因此琴弦發出的聲音包括基音與泛音。基音的強度最大，愈高次的諧音強度愈小。基音決定樂器的音調。泛音的數目及它們的相對強度則決定樂器的音色。我們能分辨小提琴與大提

琴的聲音即是因為它們具有不同的泛音結構。

接下來我們討論在有邊界空間中產生駐波的物理機制。在圖4中，細繩一端繫於振盪器金屬棒，另一端跨過滑輪懸吊砝碼。在某瞬間金屬棒向上運動產生一波峰以速率 $v$ 向前傳遞。波峰到達滑輪對砝碼施向上力。砝碼對波峰施向下反作用力，因此波峰反射成爲波谷。波谷傳遞到振盪器金屬棒，對金屬棒施向下力。金屬棒對波谷施向上反作用力，使波谷反射成爲波峰。如果金屬棒所產生的波峰在繩上來回一趟所需的時間是金屬棒振動週期 $T$ 的整數倍，也就是

$$\frac{2L}{v} = nT, \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

則金屬棒所產生的波峰返回金屬棒時金屬棒會產生另一個波峰。這兩個波峰完全重疊，產生建設性干涉，造成更高的波峰。這種現象稱爲「共振」(李怡嚴，1980)。由(4)式得到的金屬棒振動頻率與(2)式中的細繩自然頻率相同。因此當金屬棒的振動頻率與細繩的某一個自然頻率相同時，金屬棒便會與細繩共振。由(4)式得到繩波的波長爲

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{2L}{n} \quad (5)$$

這就是我們在(1)式中提到的駐波條件。當金屬棒與細繩共振時，繩上產生駐波，稱爲「共振駐波」。如果金屬棒的振動頻率不符合駐波條件，繩波便不會產生建設性干涉，因此細繩不會大幅振動。

### 參、共振駐波演示實驗

老師手捏金屬棒中間點(圖 5)，敲擊端點，金屬棒發出清脆響亮的聲音，持續很久。手捏距端點四分之一棒長處(圖 6)，敲擊端點，金屬棒發出更高頻率的聲音。

金屬棒兩端爲自由端，振動幅度最大，因此爲波腹。在基頻共振駐波模式中，金屬棒長度等於半波長(圖 7)。金屬棒中間點保持靜止，因此爲波節。在二倍頻共振駐波模式中，金屬棒長度等於波長(圖 8)。距端點四分之一棒長及四分之三棒長處爲波節。在三倍頻共振駐波模式中，金屬棒長度等於二分之三波長(圖 9)。距端點六分之一棒長、二分之一棒長及六分之五棒長處爲波節。

敲擊金屬棒，金屬棒受脈衝力作用。依據傅立葉分析，脈衝爲許多不同頻率的正弦及餘弦函數的組合。但是只有頻率與金屬棒

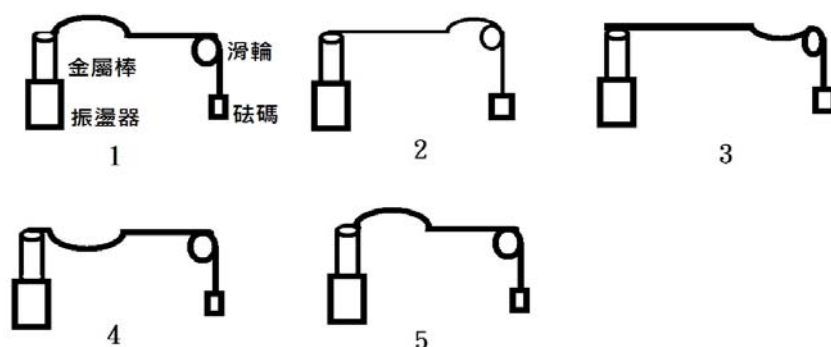


圖 4：共振駐波產生機制。



圖 5：老師手捏金屬棒中間點，敲擊端點，金屬棒發出清脆響亮的聲音，持續很久。



圖 6：老師手捏距端點四分之一棒長處，敲擊端點，金屬棒發出更高頻率的聲音。

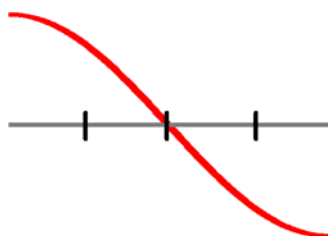


圖 7：金屬棒基頻共振駐波模式。金屬棒長度等於半波長。

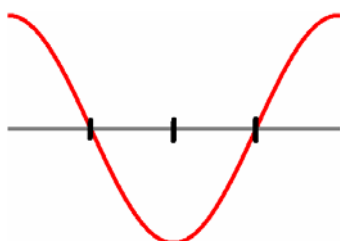


圖 8：金屬棒二倍頻共振駐波模式。金屬棒長度等於波長。

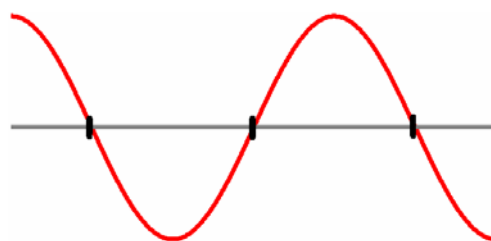


圖 9：金屬棒三倍頻共振駐波模式。金屬棒長度等於三分之二波長。

自然頻率相同的力才可使金屬棒產生共振駐波。手捏金屬棒中間點，敲擊金屬棒，激發波節在中間點的共振駐波模式，包括基頻及三倍頻共振駐波等。因此金屬棒產生基音及三倍頻諧音等。手捏距端點四分之一棒長處，敲擊金屬棒，激發波節在距端點四分之一棒長處的共振駐波模式，包括二倍頻共振駐波等。因此金屬棒產生二倍頻諧音等。

我們可利用電腦分析金屬棒產生聲波的頻譜。將金屬棒對著麥克風，敲擊金屬棒(圖 10)。麥克風將聲波訊號轉為類比電訊號。介面盒再將類比訊號轉為數位訊號輸入電腦。電腦可以分析聲波強度隨時間的變化以及聲波的頻譜。手捏金屬棒中間點，敲擊金屬棒。聲波強度隨時間的變化如圖 11 所示。利用傅立葉轉換軟體，得到聲波頻譜如圖 12 所示。金屬棒產生頻率為 3320Hz 及 9963Hz 的聲波。頻率為 3320Hz 的聲波相對強度最大，是為基音。頻率為 9963Hz 的聲波相對強度較小，是為三倍頻諧音。更高頻的諧音強度太小，系統無法偵測。手捏距端點四分之一棒長處，敲擊金屬棒。聲波強度隨時間的變化如圖 13 所示。利用傅立葉轉換軟體，得到聲波頻譜如圖 14 所示。聲波頻率為 6638Hz，是為二倍頻諧音。更高頻的諧音強度太小，系統無法偵測。

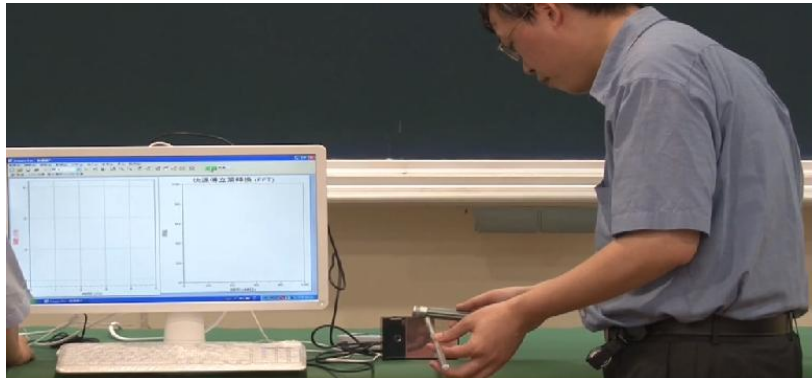


圖 10：將金屬棒對著麥克風，敲擊金屬棒。麥克風將聲波訊號轉為類比電訊號。介面盒再將類比訊號轉為數位訊號輸入電腦。

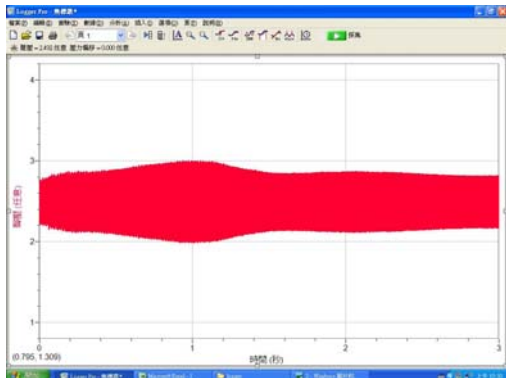


圖 11：聲波時域圖(手捏金屬棒中間點)。橫軸為時間，縱軸為聲波強度(任意單位)。

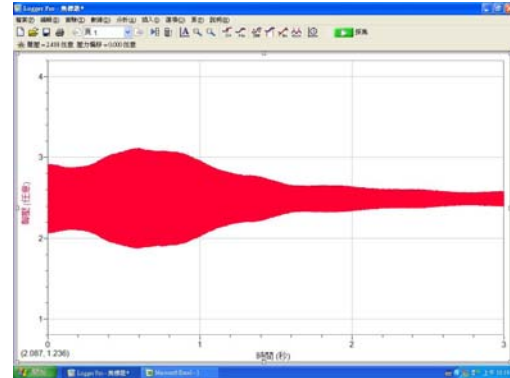


圖 13：聲波時域圖(手捏距端點四分之一棒長處)。橫軸為時間，縱軸為聲波強度(任意單位)。

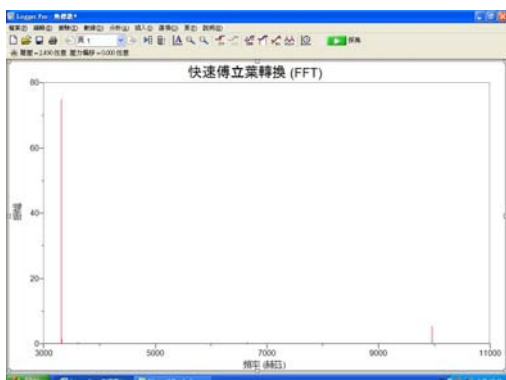


圖 12 聲波頻譜(手捏金屬棒中間點)。橫軸為頻率，縱軸為相對強度。較高紅線對應的頻率為 3320Hz，是為基音。較低紅線對應的頻率為 9963Hz，是為三倍頻諧音。

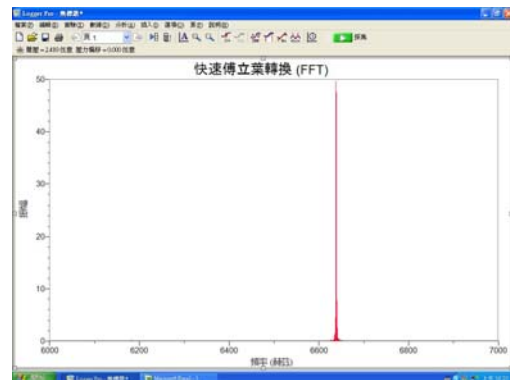


圖 14：聲波頻譜(手捏距端點四分之一棒長處)。橫軸為頻率，縱軸為相對強度。紅線對應的頻率為 3320Hz，是為二倍頻諧音。



## 肆、結論

在本文中，我們設計了一個簡易的實驗演示共振駐波現象，幫助學生瞭解基音與泛音的關係。我們利用電腦分析金屬棒振動產生聲波的頻譜。手捏金屬棒中間點，敲擊金屬棒，激發波節在中間點的共振駐波模式，包括基頻及三倍頻共振駐波。因此金屬棒產生基音及三倍頻諧音。手捏距端點四分之一棒長處，敲擊金屬棒，激發波節在距端點四分之一棒長處的二倍頻共振駐波。因此金屬棒產生二倍頻諧音。這個實驗取材容易，操作簡單，數據準確，適合在課堂演示。

## 參考文獻

1. 李怡嚴 (1980): 大學物理學，台北，東華書局，396-401。
2. 周祥順 (2012): 氣柱共振演示童玩。物理雙月刊，34 卷 4 期，298-303。
3. 國立台灣海洋大學 (2014): 普通物理實驗講義。
4. Benson, H. (2013): University Physics, Taipei, Eurasia Book Co, pp.333-335.
5. Crawford, Frank S. (1968): Waves (berkeley physics course-volume 3), New York, McGraw-Hill Book Co, p.49.

## **A Demonstration Experiment of Resonant Standing Wave**

**Hsiang-Shun Chou\* Wen-Shen Su**

National Taiwan Ocean University

\*Corresponding author: hschou@mail.ntou.edu.tw

### **Abstract**

We propose a simple experiment to demonstrate the resonant standing wave. We use computer to analyze the frequency spectrum of a vibrating metal rod. The demonstration helps students understand the mechanism of the resonant standing wave and the concepts of fundamental tone and overtones.

**Key words:** Resonant standing wave, Fundamental tone, Overtones

