

## 顯示“弦駐波”的簡易方法

周鑑恒 劉淑惠

國立台灣大學物理系  
現任彰化埤頭國中理化教師

### 摘要

本文提出一個顯示弦駐波 (standing wave of a string) 的簡易方法。此方法是將一條金屬弦，接通一訊號產生器 (function generator)，使此金屬弦中載有可調頻率的交流電；將此弦置於均勻的強磁場中，因而受周期變化的力，根據弦的張力、線密度和其長度，調整訊號產生器的頻率，即可產生持續時間長、明顯而完整的弦駐波。

### 一、緒論

在高中的物理教科書中(註 1)，就已經提到了弦駐波的現象。弦駐波也是大一程度的學生可以理論處理的少數駐波之一，大學的普物課程(註 2)不可避免地又重覆敘述了弦駐波的概念。因為弦駐波的波形合乎初學者對波的直觀，於是弦駐波非但成為學生藉以理解其他諸如鼓面、管中氣柱、提琴琴身等二維及三維的複雜系統駐波的基礎，甚至也有助於理解量子力學最粗淺的構想。所以在實驗上具體地向學生展示弦駐波，對其學習和熟悉各種駐波現象，十分重要。

眾所周知，一條張力為  $\tau$ ，線密度為  $\mu$  的弦，其弦波波速為  $\sqrt{\tau/\mu}$ ；若其長度為  $L$ ，兩端固定為不動的節點，則此弦容許的駐波波長  $\lambda_n = 2L/n (n=1, 2, 3, \dots)$ ，各具  $n$  個波腹，其頻率  $f_n$  與弦張力  $\tau$ 、線密度  $\mu$  和弦長  $L$  的關係為

$$f_n = \frac{n\sqrt{\tau/\mu}}{2L} \dots\dots\dots (1)$$

由此可知，弦的張力變大，駐波的頻率增加；弦的線密度增加，駐波的頻率減小；而駐波頻率與弦的長度恰成反比。

通常，在課堂上老師展示弦駐波的方法大致可分為兩種。一種是利用儀器：將弦的一端固定，另一端繫於一振動體 (vibrator) 上，以馬達驅動此振動體而造成弦駐波。但是，因為振動體本身具有質量，所以其振動頻率的範圍大受限制；此外，能精密調整機械式振動頻率的驅動裝置，其構造多較為複雜，價格亦較昂貴；且此振動體並非完全靜止，也不是真正的波腹，形成了不完美之節點 (imperfect node)(註 3)，這與理論計算的條件稍有出入，造

成了定量探討之困擾。有些實驗，則是以音叉代替此振動體，其頻率即不可變動，弦駐波持續的時間更爲有限。

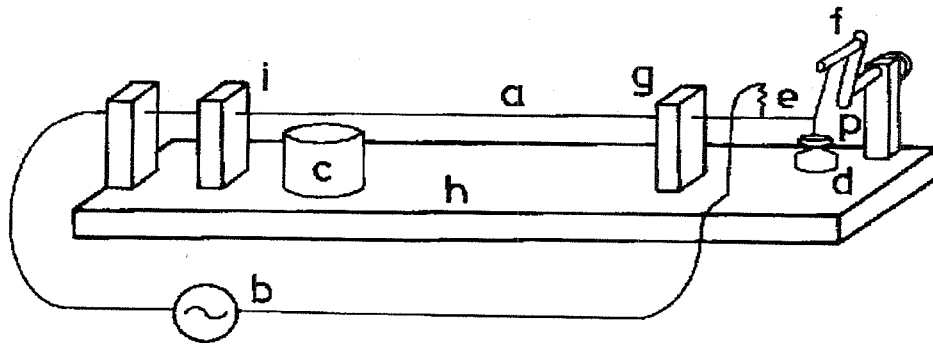
另外的一種方法是：由老師手執線密度較大的彈性弦或繩之一端，另一端繫於固定點，以適當頻率甩動此弦。產生駐波後，將手執的一端倏然靜止，藉弦中儲存的能量，使弦駐波持續一段短時間(註 4)。因爲如此產生的弦駐波無法穩定持續，故多以拍照方式顯示。也有人建議(註 5)：老師開始時就將手執的一端也固定，用另一隻手有規律地以適當頻率拍擊此彈性弦，即可製造出弦駐波。

然而此兩種手動的方法都需要示範者經過練習，累積若干節奏感和手眼協調的經驗，方能正常演出；再加上在此情形之下，老師如何產生弦駐波反而成爲學生注目的焦點，往往分散學生對駐波現象的注意，教學效果不免大打折扣。至於定量的探討則根本無從著手了。

在下文中，我們提出一個簡易方法，利用實驗室中常用的儀器來顯示穩定、明顯且持久的弦駐波，並可輕易地作定量的探討。

## 二、簡易的裝置與方法

### (一)裝置



圖(一)：圖中的 a 是金屬弦，穿過兩個孔徑與其直徑相差無幾的小孔 i 及 g，經過導線 e，與訊號產生器 b 形成一電流迴路，鑽有小孔 i 之支架可以左右移動。磁鐵 c 須置於弦駐波波腹下方。支架 h 右側爲控制金屬弦張力的裝置。

圖(一)所示爲本文所提出的簡易裝置，其中(a)爲一條金屬弦，一般的漆包線即可，但不可太粗，以致於不夠柔軟。(b)爲訊號產生器，用來將金屬弦通以交流電。(c)爲稀土強磁，乃一永久磁鐵，用以在弦運動的範圍內產生近乎均勻的磁場。此磁鐵須置於弦駐波波腹的下方。(d)爲砝碼，視實際需要選用不同重量者。(e)爲由上而下，垂直接連訊號產生器與金屬弦的細軟導線，一方面使金屬弦中通過電流，一方面避免影響弦張力之量測。(f)爲一曲柄，可繞通過 P 點的軸轉不同的角度，以控制弦之張力。(P 點爲金屬弦與連接曲柄和砝碼的兩細線之交點)(h)爲支架總成，左側固定弦的一端，左側右方爲可以左右移動的小支架，其中鑽有一光滑小孔(i)，弦可自由通過此孔，此小

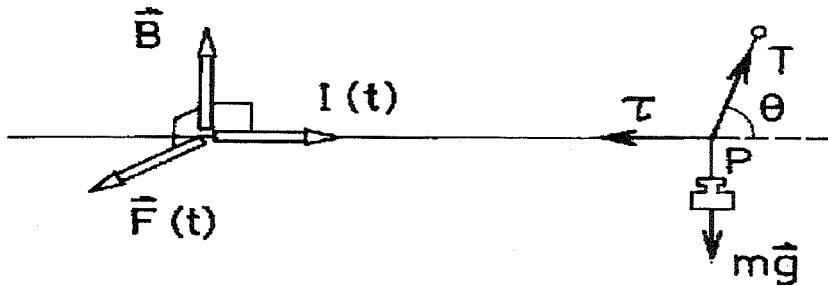
支架左右移動即改變弦之長度。右側的小支架也精密穿一小孔(g)，弦亦可自由於此小孔中滑動，以便正確測量弦之張力。不過，因小孔直徑與金屬弦的粗細相差無幾，弦於此兩個小孔處絲毫不能振動。

(二)原理及操作方法

取適當重量的砝碼，並轉曲柄  $f$ ，使其與水平面夾固定的角度  $\theta$ ，經由計算可知，若砝碼重  $mg$ ，弦的張力  $\tau$  即為  $mg/\tan\theta$ ，見圖(二)。已知弦的線密度  $\mu$  及長度  $L$ ，則此弦的駐波頻率

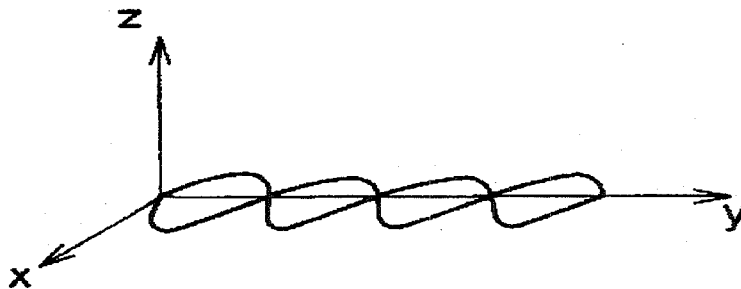
$$f_n = (n\sqrt{mg/\mu \tan\theta})/2L \dots\dots\dots (2)$$

假設磁場在弦駐波振動的範圍內為均勻垂直向上，當弦中載有交流電流  $I(t)$  時，由公式  $\vec{F} = I\lambda \times \vec{B}$ ，( $\lambda$  是弦受磁力作用的長度)，可知弦受水平方向周期變化的驅動力，如圖(二)所示。



圖(二)：左側所示為金屬弦受力的情形；右側則為弦張力和砝碼重量的關係力圖。

此時由低頻到高频，慢慢地改變訊號產生器的頻率，甚至不須要經過上述的仔細計算，就可順利依序啟動弦駐波的基頻 (first harmonic)，第二基頻 (second harmonic)，乃至於更高階 (higher order) 的弦駐波。圖(三)所示為由此方法造成的駐波。



圖(三)：圖中曲線為本方法造成的駐波之一。其中波腹之振幅被誇大。

利用此方法產生的弦駐波有下列優點：1.駐波波形穩定，其波腹和節點歷歷在目，且可以持續極長的時間，方便學生觀察和討論。同時可以由基頻逐次顯示更高階的弦駐波，即使具有八、九個節點及波腹的高階駐波，雖其振幅已然相對較小，但由於駐波波形非常穩定，該駐波的所有特徵依然清楚地觀察得到。2.弦的張力、長度、以及線密度均可調整，而訊號產生器之可調頻率範圍更為寬廣，極易切合實驗中各種情形的駐波頻率；此外，因所形

成的弦駐波相當契合理論計算的條件，足以充分驗證公式(1)和(2)中各物理量的定量關係。

### 三、討論

倘若實驗的目的，只爲了顯示弦駐波，則圖(一)中量測張力的裝置可予以簡化，代之以彈簧或橡皮筋；同時若無法取得稀土強磁，普通的永久磁鐵也具有類似的功能。作者與同事於台大普通物理實驗室做了實驗，效果頗佳。

另一方面，圖(一)的裝置也能再做以下的改良：1.金屬弦的線密度宜作更適當的斟酌，以使弦駐波波腹的振幅加大，便於觀察，但線密度也不能太大，致使重力的影響過鉅；而金屬弦愈柔軟，則愈逼近理論計算的條件。2.將金屬弦著色，在弦與磁鐵間加裝水平的深暗色隔板，隔板上可刻畫長度刻度；並加裝照明設備，特別照明振動中的弦，使弦與背景隔板的色彩和亮度對比鮮明，突顯弦駐波振動的情形。3.更仔細地設計磁鐵的形狀，使得在弦振動的區域內磁場均勻且方向固定，使弦受力的方向在一平面上，進而使駐波的振動局限在同一平面上。而磁場之強度增加，則駐波的振幅愈大；此外，也可設置更多的磁鐵，擴大磁場之範圍，使作用力不限於一個波腹處，但須考慮各個波腹運動的相對方向，以使所有之磁場均有助於進一步加大駐波的振幅(尤其是高階駐波的振幅)。

因爲訊號產生器的頻率範圍很大，此一啓動弦駐波的方法另有一饒具趣味的應用：即直接利用弦樂器之金屬弦(例如吉他之鋼絲弦)，將磁鐵置於此弦某駐波波腹處，以訊號產生器接通此樂器之金屬弦，大概預估此弦駐波的頻率，於此估計的音頻範圍內搜尋，即可造成該弦樂器某弦之駐波，經樂器之共鳴箱放大，發出此弦駐波頻率的單頻聲音，尤能吸引一般學生的注意，達到活潑化教學的效果。

誌謝：作者衷心感謝許樹恩老師的支持，並慨贈稀土強磁。

### 四、註釋

- (1)參見《高級中學物理》師大科教中心主編，國立編譯館出版。
- (2)參閱 P.A. Tipler., *Physics for Scientists and Engineers* 3<sup>th</sup> ed., pp.394, 421, 425, 428, 457, 460, 1993. 其中幾幀照片及附圖均很精采。
- (3)常見的幾本教科書都指出這點，見 D. Halliday et al., *Fundamentals of Physics* 4<sup>th</sup> ed., Fig 17-17 (pp.493), 1993; H. Benson, *University Physics*, Fig. 16.22 (pp.335), 1995.
- (4)見註(2) 頁 421。
- (5)Tingium Ma and Xiaoman Lin, *Simplest Demonstration of a Standing Wave*, *The Physics Teacher*, Vol.35, 419, Oct. 1997.