

# 以沉箱密封法改善阿基米德實驗器之實施

楊志強

國立屏東大學 師資培育中心  
[nzm@nptu.edu.tw](mailto:nzm@nptu.edu.tw)

(投稿日期：112 年 1 月 4 日，接受日期：112 年 2 月 1 日)

**摘要：**本文說明沉箱密封法的實施步驟及公式推導過程，改善傳統阿基米德實驗器的測量，幫助學生學習體積、密度與浮力相關科學概念。沉箱密封法的發展主要源自對於傳統阿基米德實驗器在真實情況使用的不便與不精確，所需器材簡易取得，裝置製作的重點考量包括：主要容器需要能裝入待測量物體且能密封，並且在水中不易產生形變，其餘器材如外容器和磅秤與水則極易取得。經實徵教學的發現，測量步驟操作簡易，學生容易完成，且有助於提升學生測量出物體體積、密度與浮力並深入思考相關科學概念，適合作為中小學生物理學習與一般民眾測量不規則物體體積及密度的方法，改善傳統測量方式。

**關鍵詞：**沉箱密封法、浮力、體積測量

## 壹、前言

傳統未知物體體積及密度測量除了利用長寬高計算體積及磅秤測量重量，在處理不規則物體則是利用排水法，將物體置入有容積刻度的容器當中，再看水位上升的情況，在缺乏實作的情況下學生往往只能憑空想像情境，邱韻如（2013）整理相關研究（Piaget & Garcia, 1974；黃湘武等人，1985）發現，學童建立排水體積守恆概念不易，且依據實測結果，八年級學生能夠通過概念測驗比率還不到三分之一，除了認為學習困難之處在於教學時數內（2~4 小時）無法讓學生理解浮力公式的意涵，並建議應發展設計適合學生的實驗活動，讓學生能有效學習及保有學習的興趣。

目前在國中進行的浮力實驗活動主要透過「阿基米德實驗測量器」來進行，操作過程主要是由彈簧秤、量杯所組成，可說明設備準備容易，但若實際執行，會發現有一些困難之處，

首先如何將測量物體必需是沉體（對於浮體則使用重垂法將浮體連同重物沉入水中再進行測量），再者必需是可以掛在彈簧秤上，另外也必需確認水位變化的精確度（或收集溢出水的質量），但事實上，光是懸掛物體有時對實際操作而言就足以造成難題，而且單純由水位變化刻度或溢出的質量判斷體積變化易因表面張力及吸附力影響精確性。

查詢網路資料也會發現，早在公元前兩百多年阿基米德即利用排水法測量皇冠的體積，但是事實上究竟如何執行一直存在爭議，有人認為可以直接將皇冠放入水中，直接觀察排水量，但也有人認為容器中的水量升高或溢出因表面張力及吸附力影響精確性，這樣是難以精確測量出皇冠是否被工匠動過手腳。因此有人認為他可能是利用天平加上浮力原理（天平沉水法），讓原本在空氣中等重的兩個物體，同時放入水中，由於體積（密度）不同，造成兩者在水中的重量不等重，使天平傾斜（如下圖 1，截圖取自維基百科），進而推斷皇冠並非純金打造的。只不過筆者也很懷疑，這種方法如何測出皇冠體積，況且金子是屬於貴重金屬，只要工匠有一點點的偷工減料也足以獲利，若兩者相差的體積量少時，這個方法是否能測量得出來？

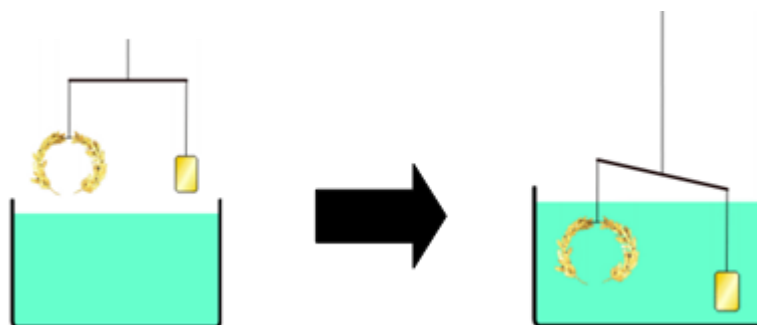


圖 1：阿基米德測皇冠實驗（截圖自維基百科）

## 貳、沉箱密封法發展過程、實施步驟及公式推導

### 一、沉箱密封法發展過程

目前絕大部份使用在生活之中測量重量的工具大部分是磅秤，而不是彈簧秤，當然彈簧秤有它的方便性，可是要把物體懸掛起來，讓他完全靜止在空中，畢竟所需時間較長且有些物體也不便掛起，雖然可以加網加線完成吊掛作業，但還是較不便利。在測量體積方面，於課堂之中，測量規則物體體積往往是利用公式，計算而獲得。

在物理學上，排水法是除了公式計算之外，另外一種可測得體積的方法，排水主要分為溢出法和上升法，分別是利用滿水容器置入物體後，測量溢出量，以及利用未滿容器置入物體後，觀察液面上升高度，不過因為容器表面和液體間吸附力以及液體表面張力的關係，使用排水法所測量的體積往往不是那麼精確，在不讓液體溢出的情況下，若要提高測量的精確結果，必須得把水位變化的地方換成截面積較小的管狀物，這樣子才能減少表面張力或者是吸附力的影響，可是這樣一來待測物品又得要求比容器的口徑更小或分解後才能放進容器，變成一個令人頭疼的問題。

## 以沉箱密封法改善阿基米德實驗器之實施

研究者早期在發展代替方案的時候，設計出一個容器（如下圖 2），它可以把上面的蓋子打開或在蓋子上插入空管，先將容器裝水到蓋子的高度，再將水倒在另一個容器，接著裝要測量的物體到容器中，讓原來的水倒回去，觀察管子的水位變化，如此測得物體比較精準的體積。這個方法步驟多，而且這個細管子要很長，有時候待測物體的體積比較大，就比較難測量。

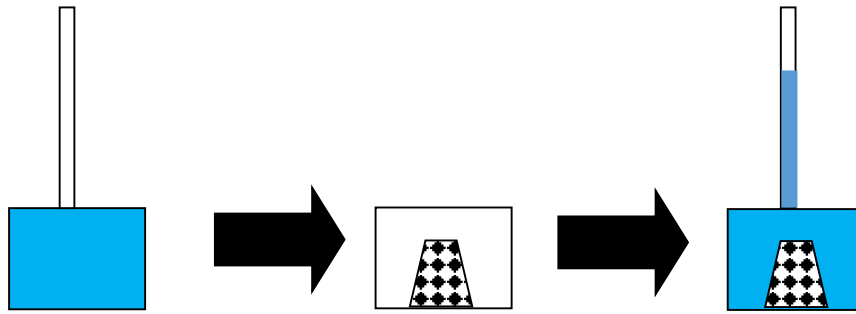


圖 2：提升排水測量的改進設計

經過多年的教學之後，筆者突然想到，為什麼不把待測量物體放在容器中，把容器裝滿水之後把它封起來，直接測量它的重量。不過，測到的重量代表什麼？把物體（沉體）裝在裝滿水的容器中，並且將容器密封起來，此一容器的重量（ $W_1$ ）會比容器裝滿水後密封起來的容器（ $W_0$ ）還要重，原因是物體密度比水重，因此物體的重量（ $W_{物}$ ）和物體同體積的水重（ $W_{水v}$ ），兩者間有重量的差別，兩者之差等於與  $W_1$  和  $W_0$  之差。

筆者之所以會有這個想法，是因為在水中可以把一個容器填滿水，如果再把它加上蓋子，就可以將其密封起來，許多容器可以簡單完成，例如密封罐、甕、試管或鐵罐…等容器，如此一來就能夠很輕鬆的得到實驗結果。Eureka！此時筆者心中就好像阿基米德當時突然靈光一閃般的感動！原來可以用這個方法來克服之前的難題！為什麼這麼多年來都沒有人提出這個方法呢？也許當時阿基米德也是用這個方法去測量皇冠的！將待測量物體裝入容器後，在水中裝水並密封容器，即可應用排水法測量出物體的體積，由於這個方法要讓容器充滿水，因此筆者命名此方法為「沉箱密封法」。

## 二、所需器材及實施步驟

筆者曾於課堂實際進行數次操作及驗證，發現多數學生皆能完成基本計算，且經過驗算後，得到數值與實際物體體積接近，所需器材：

- （一）待測物體與水。
- （二）容器 A：能裝入待測物體且可加蓋密封不變形容器。
- （三）容器 B：能使容器 A 完全沒入的開放式容器。
- （四）磅秤。

操作步驟（如圖 3）：

1. 測量物品的淨重  $W_{物}$ 。
2. 在容器 B 的水中，設法將容器 A 裝滿水並且密封，從水中取出容器 A 後擦乾，測量其重量為  $W_0$ 。
3. 在容器 B 的水中，把待測量物體置入容器 A 內，將容器 A 密封，從水中取出容器 A（含物體）後擦乾，測量其重量為  $W_1$ 。
4. 計算  $W_{物} - (W_1 - W_0)$  即可求出物體體積。

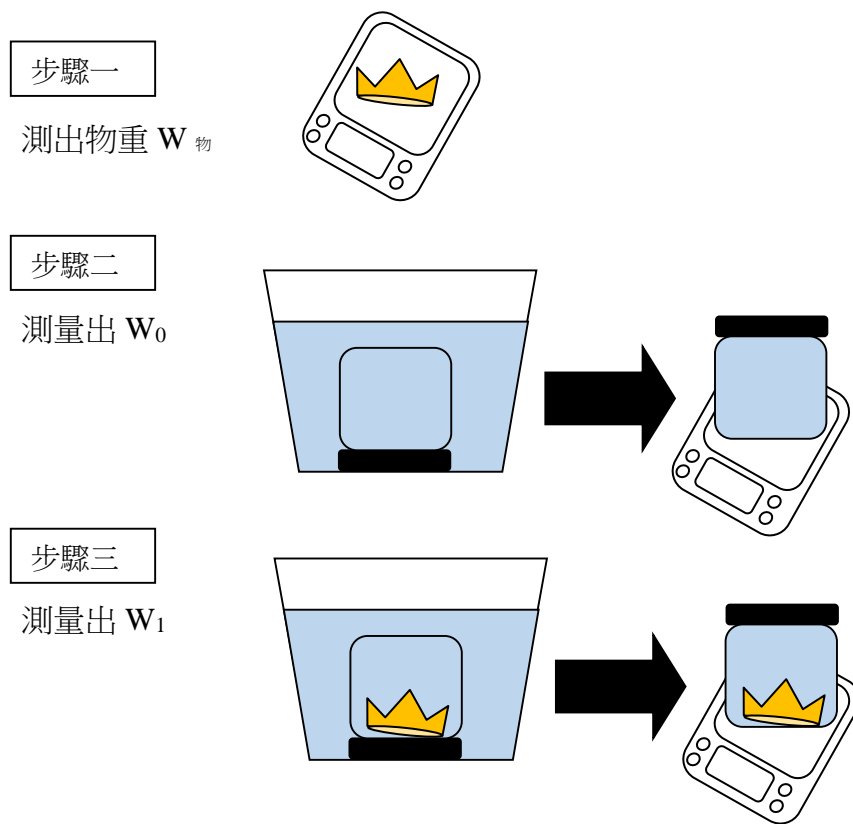


圖 3：沉箱密封法步驟

### 三、公式推導過程及說明

沉箱密封法公式推導及計算過程如下：

令  $V_{物}$  為待測物體體積， $W_{物}$  為待測物體重量， $W_A$  為容器 A 重量。

$V_{水}$  為容器 A 裝滿水時，水所占的體積。

$W_{水}$  為容器 A 裝滿水時，水所占的重量，因為水的密度等於 1，所以  $V_{水} = W_{水}$ 。

### 以沉箱密封法改善阿基米德實驗器之實施

$$W_0 = W_{\text{水}} + W_A \quad \therefore V_{\text{水}} = W_{\text{水}}$$

$$\therefore W_0 = V_{\text{水}} + W_A \quad \text{----- (1)}$$

$$W_1 = W_{\text{物}} + (V_{\text{水}} - V_{\text{物}}) \times 1 + W_A$$

$$W_1 = W_{\text{物}} + V_{\text{水}} - V_{\text{物}} + W_A \quad \text{----- (2)}$$

將 (2) - (1) 即為

$$W_1 - W_0 = W_{\text{物}} - V_{\text{物}} \quad \text{----- (3) (沉箱密封法公式)}$$

$$V_{\text{物}} = W_{\text{物}} - (W_1 - W_0) \quad \text{----- (4) (沉箱密封法體積公式)}$$

## 參、沉箱密封法公式的意涵及應用

### 一、公式的意涵及應用

由公式「沉箱密封法體積公式」： $V_{\text{物}} = W_{\text{物}} - (W_1 - W_0)$  可以容易測出物體體積，且不會因為物體密度而影響公式及操作步驟，而且操作步驟亦可不用依照順序，只需分別測量出  $W_{\text{物}}$ 、 $W_0$  和  $W_1$  即可，且若物體密度大於 1，則  $W_1 - W_0$  大於 0， $W_{\text{物}}$  大於  $V_{\text{物}}$ 。若物體密度小於 1，則  $W_1 - W_0$  小於 0， $W_{\text{物}}$  小於  $V_{\text{物}}$ ，公式內涵符合物體密度特質。進一步思考，即可理解沉箱密封法的使用亦可應用於密度小於 1 的浮體體積計算，與原來的排水法（溢出法和上升法）只能應用於沉體不同，可以解決浮體體積測量的問題。

再進一步討論  $W_1 - W_0 = W_{\text{物}} - V_{\text{物}}$ （沉箱密封法公式），其中  $W_{\text{物}} - V_{\text{物}}$  可以視為「物體在水中的重量」，因為物重減去其體積即為在水中的重量，由於是等式的關係，因此  $W_1 - W_0$  亦可視「物體在水中的重量」。若要進一步求得浮力，可依「物體在水中所減輕的重量」的定義，由物重減去物體在水中的重量，即為  $B = W_{\text{物}} - (W_1 - W_0)$ ，相對於  $V_{\text{物}} = W_{\text{物}} - (W_1 - W_0)$ ，可了解  $B = V_{\text{物}}$ ，須注意是，由於浮體的浮力等於其重量，但是因為使用沉箱密封法，所以此處的浮力  $B$  是指將浮體完全沒入水中的所受浮力而言。

### 二、若液體密度不是 1 時的情況

若液體密度為  $d$  時，則沉箱密封法公式推導及計算過程如下：

令  $V_{\text{物}}$  為待測物體體積， $W_{\text{物}}$  為待測物體重量， $W_A$  為容器 A 重量。

$V_{\text{水}}$  為容器 A 裝滿液體時，液體所占的體積。

$W_{\text{水}}$  為容器 A 裝滿液體時，液體所占的重量，為水的密度等於  $d$ ，則  $W_{\text{水}} = V_{\text{水}} * d$ 。

$$W_0 = W_{\text{水}} + W_A \quad \therefore V_{\text{水}} = W_{\text{水}}$$

$$\therefore W_0 = V_{\text{水}} * d + W_A \quad \text{----- (5)}$$

$$W_1 = W_{\text{物}} + (V_{\text{水}} - V_{\text{物}}) * d + W_A$$

$$W_1 = W_{\text{物}} + V_{\text{水}} * d - V_{\text{物}} * d + W_A \quad \text{----- (6)}$$

將 (6) - (5) 即為

$$W_1 - W_0 = W_{\text{物}} - V_{\text{物}} * d \quad \text{----- (7) (液體密度為 } d \text{ 的沉箱密封法公式)}$$

$$V_{\text{物}} * d = W_{\text{物}} - (W_1 - W_0) \quad \text{----- (8) (液體密度為 } d \text{ 的沉箱密封法體積公式)}$$

由公式 8 可知，除了  $W_{\text{物}}$ 、 $W_1$  和  $W_0$  之外，尚需藉知道  $d$  值方能算出  $V_{\text{物}}$ 。

## 肆、教學實踐結果及反應

使用沉箱密封法雖然方便，為求理解學生對於操作方法及推導過程是否能接受，筆者以 25 位大學生做為教學實踐對象，在正式介紹沉箱密封法前一週，提供給每組一個直徑為 5.3 cm 的不鏽鋼球，請學生思考如何精準測量球體體積，由於球體表面光滑不易固定，但多數組別學生直接以尺測量其直徑，結果並不精確，也有小組提出游標卡尺測量或書本固定後再使用直尺測量，但結果亦有待強化，幾乎所有組別認為球體直徑為 5 公分。

在正式進行介紹沉箱密封法的課程之前，先以阿基米德的故事喚起舊經驗，再利用阿基米德實驗器和一般燒杯分別實際進行排水法（溢出法和上升法），並和學生討論測量的結果的精確性，有的學生發現實驗數字變動頗大，也發現由於表面張及和吸附力的關係容易產生 7 立方公分以上的誤差，其中溢出法還待考慮部份的水附著在杯壁之上，而上升法則是觀察液面時，可能會因不同人觀察結果略有不同。

接著，老師介紹沉箱密封法的步驟及公式推導，並請學生開始進行操作與計算，透過全班的數據顯示，測出的球體體積在 75~82 立方公分之間，平均值為 78 立方公分，回推直徑約為 5.3011 公分，明顯減少實驗誤差。但與學生討論浮力與沉箱密封法，卻發現學生似乎想應用公式求解，對於公式所代表的意涵以及如何求出浮力的進階問題，表現出較低的興趣。筆者認為公式推導過程雖然不難，但是  $W_1 - W_0$  所代表的意涵並不直觀，不如原來使用彈簧秤，可以想像出吊掛物體放入水中減輕重量的情境。

## 伍、結語

沉箱密封法的發現與公式推導過程，實際上是筆者經多年來實作課程的一直持續探究的結果，由於對於目前網路上認為的阿基米德所用天平沉水法比較方法感到懷疑，嘗試思考不同的排水法解決路徑，科學的發現有時是非常孤單的，沉箱密封法也或許是當年阿基米德真正用的方式，筆者真心期望此法能有效推廣並應用，但教學結果顯示，即使測量的方法對於精確度有所提升，學生學習興趣仍有待提升，也許正如邱韻如（2013）的研究所言，「浮力」的概念很難，還有待研發出更具生活化的教材、教法使學習產生改變。筆者更認為教學者們應該對課本及目前的方法產生懷疑，設法創新和提升學習效果，使生活和學習能夠緊密結合，也期望大眾或教師善用這個方法，對於浮體或是沉體，快速且便利地測出不規則物體的體積。

### 參考文獻

1. 邱韻如 (2008)。從國中學生的認知發展探討浮力單元的教學問題。《物理教育學刊》，**9**(1)，1-16。
2. 黃湘武、劉謹輔、陳忠志、杜鴻模、陸業堯、江新合 (1985)。國中生質量守恆、重量守恆、外體積觀念與比例推理能力的抽樣調查研究。《中等教育》，**36**(1)，44-65。
3. Piaget, J. & Garcia, R. (1974). *Understanding Causality*. New York: W.W. Norton & Company.

楊志強

## **Improving the Method of Archimedes Experimental Apparatus with the Box Caisson Method**

**Chih-Chiang Yang**

Center of Education, National Pingtung University

Corresponding author: [nzm@nptu.edu.tw](mailto:nzm@nptu.edu.tw)

### **Abstract**

This article introduces the formula derivation process of the box caisson method and its implementation to improve the traditional Archimedes experiment's measurement, and to help students learn the scientific concepts related to volume, density and buoyancy. The development of the box caisson method is mainly due to the inconvenience and inaccuracy of the traditional Archimedes experiment in an actual situation. The required equipment is easy to obtain. The critical considerations for the production of the device include the following: the primary container must be able to hold the object to be measured and be able to be sealed and not easily deformed in water, and other equipments such as outer containers, scales and water are very easy to obtain. It is found through practical teaching that the measurement steps are easy to operate and easy for students to complete. It helps students measure objects' volume, density and buoyancy and think deeply about related scientific concepts. The method of volume and density improves the traditional measurement method.

**Keywords:** Box Caisson method, Buoyancy, Volume measurement