

## USB 物理示範實驗教學：擺動

吳思鋒<sup>1</sup> 胡晉豪<sup>2</sup> 徐國明<sup>1</sup> 賈至達<sup>1</sup>

<sup>1</sup>國立台灣師範大學 物理系

<sup>2</sup>國立台灣師範大學 資訊工程系

(投稿日期：民國 97 年 05 月 13 日，修訂日期：97 年 08 月 07 日，接受日期：97 年 09 月 11 日)

**摘要：**我們利用連接在擺動物體上的可變電阻器將物體擺動時的角度變化轉換成電壓訊號的變化，然後利用自製的 USB 介面訊號接收器將來自可變電阻的電壓訊號傳送給電腦接收與記錄。利用此實驗裝置觀察在固定摩擦力矩作用下，物體的擺動情形，發現擺角振幅會呈現出線性衰減的現象

**關鍵詞：**示範實驗、擺動運動、USB 介面

### 壹、前言

在中學以及大一普通物理的教材中，擺動一直是一個經典且重要的力學主題，我們可以藉由觀察和測量物體在進行擺動運動的過程來了解牛頓力學的原理以及力學能量轉換的展現情形。在過去，要對物體進行擺動時的物理量的量測通常是以光電計時器為主來測量擺動週期，並輔以攝影器材來拍攝記錄擺動角度隨時間的變化情形，而在本篇論文中將介紹我們自行發展的一個以 USB 為連接介面的訊號接收器，並說明如何將此接收器使用在擺動的研究上。以下我們將先對物體的擺動的物理原理做簡單地討論，然後再對我們利用自製 USB 介面訊號接收器來進行

實驗的過程以及結果詳加解釋。

### 貳、擺動的相關理論

#### 一、小角度擺動的複擺週期

若擺動物體的體積不可忽略，則擺動的裝置稱為複擺。如圖 1，若質量  $m$  的複擺其重心  $C$  與懸點  $O$  之間的距離為  $h$ ，複擺相對於懸點的轉動慣量為  $I$ ，則依據牛頓第二運動定律可得

$$-mgh \sin \theta = I \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (1)$$

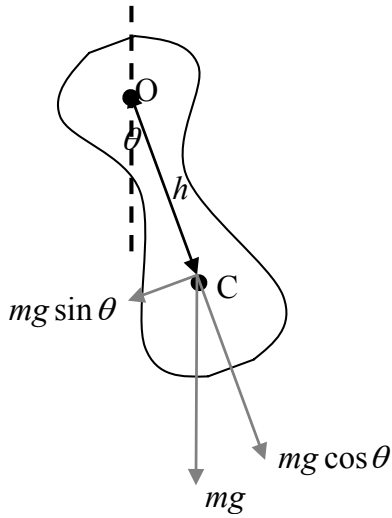


圖 1：複擺

在  $\theta$  極小的情況下 (1) 式可化簡為

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgh}{I}\theta = 0 \quad (2)$$

(2) 式的解為

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \delta) \quad (3)$$

其中  $\theta_0$  為擺動的角度振幅， $\omega = \sqrt{\frac{mgh}{I}}$  為擺動的角頻率， $\delta$  為相位角常數。所以複擺的

擺動週期為

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}} \quad (4)$$

## 二、在摩擦力力矩的作用下的複擺擺動

一般在理想化的前提下，常在把物體擺動時所受的摩擦力忽略的情況下進行討論，但在實際的實驗過程中，物體的擺動必定會受到摩擦力的作用，因此接下來我們將對此一情形加以探討。[1]

若複擺在一量值固定為  $\tau_f$  的摩擦力力矩的作用下進行擺動，則依據牛頓第二運動定律可得此複擺的運動方程式為

$$-mgh \sin \theta + \tau_f = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (5)$$

或是

$$-mgh \sin \theta - \tau_f = I \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (6)$$

同樣地在  $\theta$  極小的情況下可將 (5) 式、(6) 式化簡為

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgh}{I}\theta - \frac{\tau_f}{I} = 0 \quad (7)$$

以及

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{mgh}{I}\theta + \frac{\tau_f}{I} = 0 \quad (8)$$

(7) 式以及 (8) 式的解分別為

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \delta) + C \quad (9)$$

以及

$$\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t + \delta) - C \quad (10)$$

其中  $C \equiv \frac{\tau_f}{I}$

(9) 式和 (10) 式並非真實情況下複擺擺動的擺角與時間的關係式，原因有二：一是如此一來複擺的擺角振幅不會衰減；二是在複擺擺動的方向轉折點處， $\theta(t)$  的函數會出現不連續的情形，因此引進振幅可以調變的形式，將每次振幅減少的量加入考量，即  $\theta_0 - 2nC$ 。在考量振幅在每次振盪中衰減的量，以及 (5) 式和 (6) 式的  $\tau_f$  摩擦力力矩的方向，我們將 (9) 式和 (10) 式合併修正為

$$\theta(t) = (\theta_0 - 2nC) \cos(\omega t) + (-1)^n C \quad (11)$$

其中  $n \equiv \left[ \frac{\omega}{\pi} t \right]$ ， $[ ]$  為高斯函數符號，則  $n$  代

表複擺方向轉折的次數，也就是說  $n=0, 1, 2, 3, \dots$ 。由 (11) 式可知在量值固定的摩擦力力矩作用下，複擺的振幅將呈現線性衰減的現象。

### 參、實驗器材

在一般中學以及大學普通物理的實驗室中，欲測量單擺的擺動週期多是利用光電計時器來測量，若還要測量單擺擺角的變化情形，則多是利用攝影器材拍攝之後加以紀錄，這些儀器多有一共通的缺點，就是儀器取得的數據需另外記錄並且輸入個人電腦中才能加以分析。為了能有效率而方便的收集數據並且快速地在個人電腦中記錄分析，因此我們發展出一個以USB作為訊號傳輸介面的訊號接收器來進行擺動的實驗量測，以下我們將對實驗時的主要儀器加以介紹：

#### 一、USB 介面訊號接收器

訊號接收器其構造如圖 2 所示：

當類比式的電壓訊號經由類比訊號輸入端進入接收器之後，首先會經過 MSC1212 晶片，MSC1212 晶片裡頭包含了 8051 微處理器以及類比/數位轉換器(ADC)，可將接收到的類比訊號轉換成數位訊號，接下來則藉由 PL-2303 晶片將訊號轉成 USB 介面輸出。此一以 USB 作為介面的訊號接收器，可快速的與電腦連接以方便訊號的讀取。

#### 二、精密可變電阻

為了可以即時記錄物體擺動時的角度隨時間的變化關係，我們將單擺固定在一精密可變電阻的轉軸上，透過此可變電阻，即可將物體擺動時的角度變化情形轉成電壓訊號的變化以供接收器接收。此外，此一可變電

阻的中心軸因物體的擺動而轉動時會產生一固定大小的摩擦力力矩，恰可提供我們研究物體在受摩擦力力矩作用時的擺動狀況的條件。我們採用的可變電阻構造如圖3所示：此種可變電阻的最大電阻值為10K歐姆，並且具有摩擦力極小的特性。若我們對可變電阻施一直流電壓，則當物體轉動時會帶動可變電阻的中心軸轉動導致可變電阻的電阻值改變進而引起電壓值的變化，而變動的電壓訊號則傳入訊號接收器中轉換並由電腦讀取紀錄。而整個實驗進行時的電路連接圖如4：

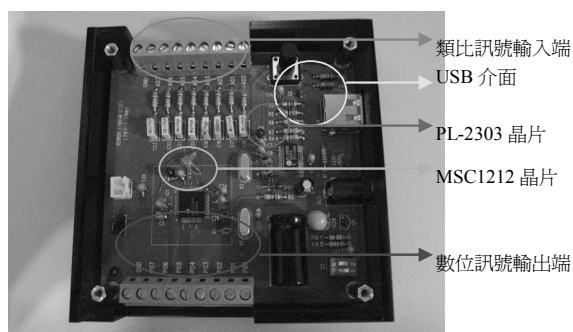


圖 2：USB 介面訊號接收器內部構造

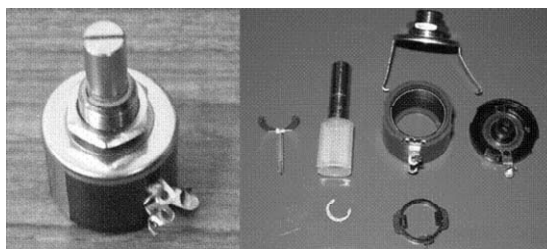


圖 3：可變電阻的構造

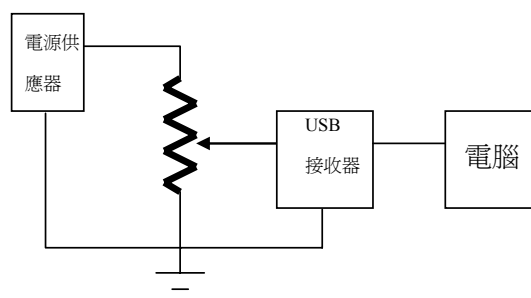


圖 4：實驗電路連接圖

## 肆、實驗數據

### 一、可變電阻的轉動角度與電壓的對應關係

爲了可以將接收器接收到的電壓訊號轉換成複擺的擺動擺動角度，因此我們必須先測量可變電阻在不同的轉動角度下，接收器收到的電壓量值。而實際測量的結果如下圖5

由此可知，可變電阻轉動的角度和接收器接收的電壓訊號值呈現一線性關係，我們就可藉此線性關係式將接收器接收到的電壓訊號轉換爲複擺擺動的角度。

### 二、不同起始角的初始條件下，複擺運動的測量

在實驗中，我們的複擺是由一根長 46.0 公分，質量 21.8 公克的鐵絲以及一顆直徑 2.54 公分，質量 66.3 公克的鐵球構成（如圖 6）。因爲複擺的懸點 O 距離鐵絲上端爲 0.5 公分，因此整個複擺相對於懸點 O 的轉動慣量爲  $1.59 \times 10^{-2} \text{kgm}^2$ 。

整個實驗的實際裝置的照片圖，如圖 7 和圖 8 所示。

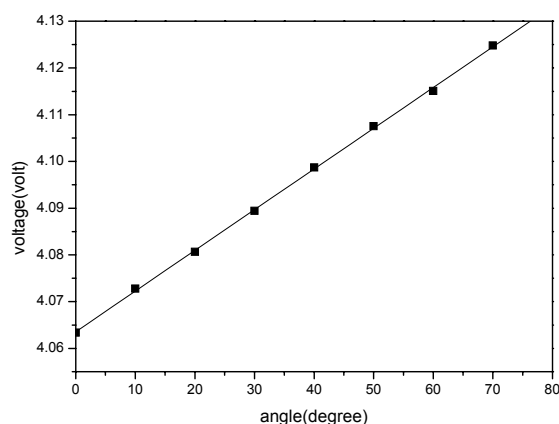


圖 5：角度與電壓關係圖

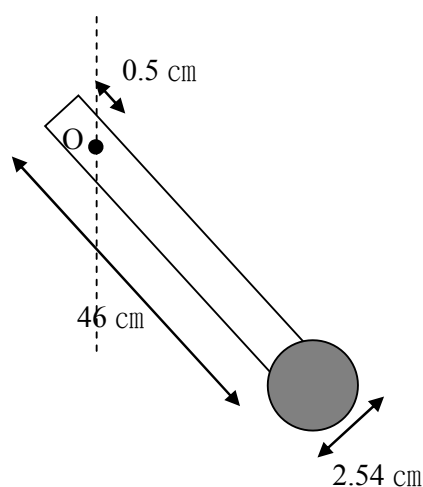


圖 6：實驗時的複擺示意圖

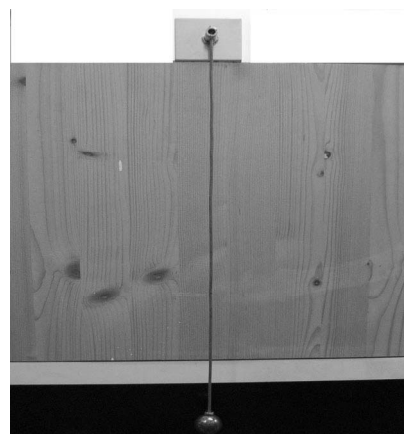


圖 7：擺動實驗裝置全圖

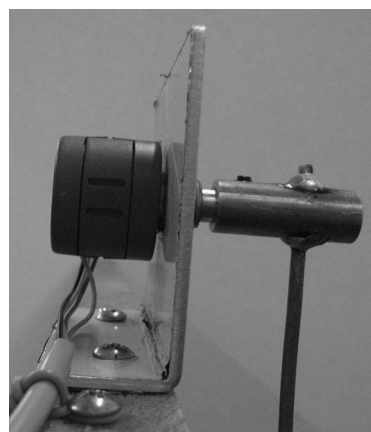


圖 8：可變電阻與複擺連接圖

將複擺以不同的起始角度釋放使其擺盪，並藉由 USB 訊號接收器測量複擺的擺動角度隨時間的變化情形，所得的結果如下圖 9：

由實驗數據可知，當複擺擺動時，其振幅有明顯的線性遞減的現象發生，證明了複擺擺動過程受到一固定量值的摩擦力力矩的作用，而在我們的實驗裝置中，乃是由可變電阻產生此一摩擦力力矩。此外，每次實驗時複擺擺動的週期相當一致，與原理探討的結果相同。

我們可以將圖中的峰值數據取出，求出代表擺動角度振幅衰減的斜直線斜率，並藉由 (11) 式求出可變電阻的摩擦力力矩。茲將不同起始角度的情況所得的斜線斜率以及摩擦力力矩表列如表 1：

## 伍、結論

1. 在實驗中，因為需要利用可變電阻將複擺的擺動角度變化情形轉換成電壓訊號的變化並傳送給訊號接收器以供電腦讀取

表 1：振幅衰減斜率與摩擦力力矩量值

起始角 (度)	斜率	摩擦力力矩 (Nm)
48	-0.01833	0.005989
32	-0.01748	0.005666
25	-0.01713	0.005544
16	-0.01681	0.005368
12	-0.01683	0.005415
平均值	-0.01732	0.005596

記錄，因此複擺的擺動過程並非自由擺動，而是會受到可變電阻內部的摩擦力形成的摩擦力力矩的作用。由實驗結果可知可變電阻造成的摩擦力矩為一定值，因此本實驗中複擺的擺動為一種受到固定力矩作用的阻尼運動。

2. 利用我們自製的 USB 介面訊號接收器，可以方便迅速地讀取並且記錄下電壓訊號的變動情形，因此可以將之廣泛地運用在各種主題的實驗量測上，對於教師的教學或是科學研究實驗皆能大大提升準確度與方便性。

自製的 USB 介面訊號接收器價格便宜，可以接收電壓信號，一般實驗用的感應器也多以電壓輸出，例如熱電耦溫度計、壓力計、重量計等等，都可以使用此 USB 介面將信號輸入至電腦，作精確的量測，同時可以及時顯示數據，用於課堂上的示範教學使用，或是用於學生科展的實驗。

## 參考文獻

1. Avi Marchewka<sup>a)</sup>, David S. Abbott<sup>b)</sup> and Robert J. Beichner<sup>c)</sup>, "Oscillator damped by a constant-magnitude friction force", Am. J. Phys. 72 (4), April 2004, 477-483.